

З.Н. Хуторовский

**Метод оценки риска столкновения
при поддержании каталога КО в ЦККП**

Москва 2009

Метод оценки риска столкновения при поддержании каталога КО в ЦККП

ВВЕДЕНИЕ

Задача оценки риска столкновения КО в космическом пространстве в ЦККП решается в процессе поддержания каталога КО. При этом используется "прямой" метод, созданный в МАК "Вымпел". Этот метод был кратко представлен на Международном Космическом Конгрессе в сентябре 1992 года и доложен в полном объёме на Первой Европейской Конференции по космическому мусору в марте 1993 года [2].

В прямом методе с использованием непрерывно уточняющихся в реальном времени по измерениям орбит объектов каталога определяются временные интервалы опасных сближений любых пар объектов в будущем (например, раз в сутки на сутки вперед), оцениваются геометрические характеристики каждого такого сближения и вероятность столкновения. Под опасным понимается либо сближение двух КО на расстояние менее заданного Δ (обычно $\Delta=3-10$ км), либо сближение на большее расстояние с вероятностью столкновения p_c , большей порога p_{\min} (обычно $p_{\min}=10^{-11}$).

Вся необходимая информация по каждому опасному сближению записывается в архив опасных сближений (АОС). В этом архиве для каждого опасного сближения имеются следующие характеристики:

1. по каждому из сблизившихся объектов:

- номенклатурные параметры (международное обозначение, внутренний номер, государственная принадлежность, наименование, тип);
- средний размер;
- отношение площади к массе и падение периода за виток;
- элементы орбиты (период обращения, наклонение, долгота восходящего узла, аргумент перигея, минимальная и максимальная высота над поверхностью Земли, аргумент широты, время привязки элементов);

- среднеквадратичные значения ошибок определения положения на момент сближения по направлению движения, радиус-вектору и нормали к плоскости орбиты.

2. по сближению:

- время сближения объектов на минимальное расстояние;
- минимальное расстояние между объектами и проекции этого расстояния на оси орбитальной системы координат;
- минимальное расстояние между орбитами;
- относительная скорость сближения;
- угол пролёта каждым объектом точки минимального сближения двух орбит в момент их сближения на минимальное расстояние;
- азимут и угол места направления подлёта одного объекта к другому;
- высота и широта точки наименьшего сближения;
- вероятность столкновения.

Любая другая характеристика данного сближения может быть рассчитана по этим данным. Таким образом, в архиве хранится полная информация по каждому сближению. Учитывая то обстоятельство, что архив содержит данные по **всем** опасным сближениям на интервале его накопления, можно утверждать, что там сконцентрирована **вся** информация по опасным сближениям из всего непрерывно изменяющегося каталога с начала ведения этого архива. В терминах математической статистики АОС является достаточной статистикой.

Алгоритм ведения АОС приводится ниже.

В [1-4] описана методика решения разнообразных задач анализа риска столкновения с использованием АОС, в том числе определение следующих показателей риска:

1. распределение каталогизированных КО по элементам орбиты, отношению площади к массе и размеру;
2. распределение каталогизированных КО по пространственным координатам;
3. пространственное распределение размеров КО и совместное распределение КО по высоте и размеру для каталогизированных объектов;

4. распределение параметров относительного движения сближающихся КО для отдельных КО и их групп;
5. распределение минимального расстояния между сближающимися КО для отдельных КО и их групп;
6. вероятность столкновения отдельных КО и их групп со всеми каталогизированными КО;
7. распределение вероятности столкновения по пространственным координатам;
8. вероятность столкновения для отдельных КО и их групп с учётом некаталогизированных объектов различных размеров;
9. вероятность столкновения в будущем для отдельных КО и их групп с учётом каталогизированных и некаталогизированных объектов.

Ниже эти задачи будут рассмотрены.

Приведены следующие примеры решения практических задач с использованием предложенного метода оценки риска столкновения:

1. предупреждение будущих столкновений;
2. оценка частоты ложной тревоги при принятии решения о столкновении КА Космос-2251 и Иридиум-33;
3. оценка риска столкновения для отдельных КО при разном составе космического окружения;
4. оценка риска столкновения между всеми КО в зависимости от минимального размера учитываемых объектов;
5. оценка возможности в будущем каскадного эффекта.

ВЕРОЯТНОСТЬ СТОЛКНОВЕНИЯ

Основной характеристикой, по которой в прямом методе принимается решение о возможности столкновения двух объектов в будущем, является рассчитанное значение вероятности этого события.

Вероятность столкновения p_c двух объектов при их опасном сближении определяется по формуле [2]

$$p_c = k \cdot \exp(-0.5 \cdot k_{rr})$$

$$k = S \cdot v_{rel} \cdot (4\pi^2 \cdot k_{vv} \cdot \det \mathbf{K}_1 \cdot \det \mathbf{K}_2 \cdot \det (\mathbf{K}_1^{-1} + \mathbf{K}_2^{-1}))^{-0.5} \quad (1)$$

$$k_{rr} = \delta \mathbf{r} \cdot (\mathbf{K}_1 + \mathbf{K}_2)^{-1} \cdot \delta \mathbf{r}' \quad k_{vv} = \delta \mathbf{v} \cdot (\mathbf{K}_1 + \mathbf{K}_2)^{-1} \cdot \delta \mathbf{v}'$$

где

$\delta \mathbf{r}$, $\delta \mathbf{v}$ – вектора относительного положения и скорости объектов в момент t_{\min} их сближения на минимальное расстояние;

\mathbf{K}_1 , \mathbf{K}_2 – ковариационные матрицы ошибок определения положения обоих КО в момент t_{\min} ;

v_{rel} – модуль относительной скорости сближения;

$\det \mathbf{A}$ – детерминант матрицы \mathbf{A} ;

$^{-1}$, $'$ – знаки обращения и транспонирования матрицы;

S – площадь поперечного сечения столкновения, величина которой зависит от формы и размера сближающихся объектов; для объектов сферической формы с диаметрами d_1 и d_2 $S = \pi \cdot (d_1 + d_2)^2 / 4$.

Формула (1) получена в следующих предположениях:

1. на временном интервале возможного столкновения двух сближающихся объектов их относительное движение прямолинейно;
2. скорости обоих объектов известны с малыми относительными ошибками;
3. ошибки определения положения одного из двух сближающихся объектов много больше их размеров.

В практике работы СККП России эти предположения всегда имеют место.

Как видно из (1), вероятность столкновения зависит от размеров сближающихся объектов, ковариационных матриц ошибок определения их положения в момент t_{\min} и ориентации вектора относительной скорости.

В работе [5] для случая, когда один из сближающихся КО находится на околокруговой орбите, из (1) получено следующее достаточно точное для практических применений приближённое соотношение, записанное здесь для наглядности при аппроксимации сближающихся объектов эквивалентными сферами диаметров d_1 и d_2

$$\begin{aligned}
p_c &\approx k \cdot \exp(-A) \\
k &= (d_1 + d_2)^2 / (\sigma_r \cdot (11\sigma_n \sin^2 \alpha_c + 16\sigma_b \cos^2 \alpha_c)) \\
A &= \delta r^2 / 4\sigma_r^2 + \delta n^2 / 2\sigma_n^2 + \delta b^2 / (2\sigma_b^2 \cos^2 \alpha_c + 2\sigma_n^2 \sin^2 \alpha_c)
\end{aligned} \tag{2}$$

где

δr , δn , δb – проекции вектора $\delta \mathbf{r}$ относительного положения объектов в момент t_{\min} на направления \mathbf{r} , \mathbf{n} , \mathbf{b} орбитальной системы координат объекта, находящегося на околокруговой орбите;

α_c – угол между векторами \mathbf{v}_1 и \mathbf{v}_2 скорости объектов в момент t_{\min} ;
 σ_r , σ_n , σ_b – некоторые числа, заключённые в интервалах $(\sigma_{r1}, \sigma_{r2})$, $(\sigma_{n1}, \sigma_{n2})$, $(\sigma_{b1}, \sigma_{b2})$ значений этих параметров обоих объектов в момент t_{\min} .

Формула (2) очень просто и весьма наглядно иллюстрирует зависимость вероятности столкновения от четырёх основных параметров сближающихся объектов:

1. средних размеров d_1 и d_2 ;
2. прогнозируемых положений \mathbf{r}_1 и \mathbf{r}_2 в момент t_{\min} ;
3. оценок σ_r , σ_n , σ_b ошибок прогнозируемых положений;
4. угла α_c между векторами скоростей \mathbf{v}_1 и \mathbf{v}_2 .

Коэффициент k зависит от соотношения между размерами сближающихся объектов и ошибками определения их положений в момент t_{\min} . Показатель экспоненты A зависит от соотношения между разностью положений двух КО в момент t_{\min} и рассчитанным значением ошибок этой разности (при столкновении это соответственно реальные и расчётные значения ошибок определения расстояния между объектами в момент столкновения).

Из (2) вытекает, что вероятность столкновения, рассматриваемая как функция угла α_c , достигает наименьшего (наибольшего) значения при "боковом" ("лобовом") сближении (соответственно $\alpha_c = \pi/2$ и $\alpha_c = 0$).

Из (1), (2) вытекает также очень важный вывод о том, что только удовлетворительное соответствие реальных и расчётных значений оши-

бок определения прогнозируемого положения сближающихся КО позволяет принять наиболее правильное решение о возможности их столкновения. Действительно. Предположим, что столкновение должно иметь место. Тогда, как следует из (2), при наличии соответствия реальных и расчётных значений ошибок вероятность столкновения в среднем близка к $0.4 \cdot k$. Сильное завышение или занижение расчётных значений ошибок это значение существенно уменьшает. Так, например, при завышении расчётных ошибок в 10 раз вычисленное по (1),(2) значение вероятности столкновения окажется меньше в ≈ 100 раз, а при занижении в 10 раз - практически равным нулю.

При поддержании каталога в российской СККП принимаются специальные меры, уменьшающие рассогласование между реальными и расчётными ошибками определения и прогнозирования орбиты. Эти меры перечислены в разделе, посвящённом методам поддержания каталога, Там же на примере столкновения КА Космос-2241 и Иридиум-33 дана оценка их эффективности.

ВЕДЕНИЕ АОС

Алгоритм ведения АОС подробно описан в [2]. Ниже он кратко излагается.

Расчёты выполняются в реальном времени с заданной периодичностью (например, раз в сутки в одно и то же время суток).

Исходными данными являются параметры последних уточнённых орбит $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \dots, \mathbf{a}_k$. (см. раздел, посвящённый методам поддержания каталога) по каждому КО каталога, полученные на моменты времени, меньшие времени $t_{\text{нач}}$ начала счёта, и корреляционные матрицы ошибок \mathbf{K}_a этих параметров.

Схема выполнения расчётов такая. Организуется цикл по i . Параметры всех КО каталога прогнозируются на момент времени $t_i = t_{\text{нач}} + i \cdot h$, $i = 0, 1, 2, \dots, i_{\text{max}}$, где i_{max} соответствует моменту $t_{\text{кон}}$ ($t_{\text{кон}} = t_{\text{нач}} + 1$ сутки), h - шаг прогноза (50 с). В интервале (t_i, t_{i+1}) ищутся опасно сближающиеся пары объектов. Для каждой такой пары рассчитываются геометрические характеристики сближения

и вероятность столкновения.

Данный алгоритм структурно весьма прост. Основная проблема, возникающая при его реализации – проведение необходимых расчётов за приемлемое время. Действительно. При $k=10^4$, $t_{\text{кон}}-t_{\text{нач}}=1$ сутки и $h=50$ с требуется выполнить $\approx 10^7$ прогнозов параметров и перебрать $\approx 10^{11}$ пар КО. Без проведения специальных мер по организации вычислительного процесса даже для современных компьютеров с тактовой частотой порядка 3 гГц выполнение этой работы требует десятки часов машинного времени. Тем не менее организация "Вымпел" в 1992 году решила эту задачу на ЭВМ Эльбрус-2, у которой тактовая частота на два порядка меньше (!). Решила впервые в мире и доложила об этом на международном космическом конгрессе в сентябре 1992 года [1]. В то время ведущие специалисты США и Европы были в шоке, т.к. считали, что на ЭВМ с тактовой частотой, составляющей десятки мГц, решить данную задачу нельзя. Решение удалось получить только благодаря аппаратным особенностям Эльбрус, позволяющим за один такт проводить различные операции с длинными битовыми шкалами. Реализованный на ЭВМ Эльбрус алгоритм подробно описан в [2]. Сейчас после того, как общедоступные ЭВМ стали на два порядка быстрее, этот алгоритм представляет уже только исторический интерес и поэтому здесь обсуждаться не будет. Остановимся на организации вычислительного процесса на современных компьютерах.

После расчёта текущего положения всех КО каталога на момент t_i производится **предварительная селекция опасно сближающихся пар**, в результате которой оставляются только пары объектов, расстояние между которыми менее порога Δ_0 , определяемого максимальной относительной скоростью сближающихся КО v_{rel} и величиной выбранного шага h . При $v_{rel}=16$ км/с и $h=50$ с $\Delta_0=400$ км. Перед переборами программа предварительной селекции выполняет упорядочение всех КО каталога по одной прямоугольной координате (выбрана координата x). Это позволяет при предварительной селекции по крайней мере на два порядка сократить время счёта.

Для каждой отобранной пары на интервале времени $I_i=(t_i-0.5\cdot h, t_i+0.5\cdot h)$ находится момент $t_{\min,1}$, в который рас-

стояние между этими КО минимально. Обозначим это расстояние $\Delta r_{\min,1}$. Используемые формулы для его расчёта получены в предположении прямолинейности относительного движения сближающихся КО на интервале I_i . Они имеют вид:

$$\Delta r = |\Delta \mathbf{r} \times \Delta \mathbf{v}| / \Delta v \quad t_{\min} = t - (\Delta \mathbf{r}, \Delta \mathbf{v}) / (86400(\Delta v)^2) \quad (3)$$

где

$\Delta \mathbf{r} = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1$, $\Delta \mathbf{v} = \mathbf{v}_2 - \mathbf{v}_1$ – вектора относительного положения и скорости сближающихся КО в прямоугольной системе координат в момент t ;

Δv – модуль вектора $\Delta \mathbf{v}$;

$(\Delta \mathbf{r}, \Delta \mathbf{v})$ – скалярное произведение векторов $\Delta \mathbf{r}$ и $\Delta \mathbf{v}$;

$|\Delta \mathbf{r} \times \Delta \mathbf{v}|$ – модуль векторного произведения векторов $\Delta \mathbf{r}$ и $\Delta \mathbf{v}$;

размерность времени - сутки, расстояния - км, скорости - км/с.

Для получения $t_{\min,1}$, $\Delta r_{\min,1}$ в (3) полагается: $t = t_i$, \mathbf{r}_1 , \mathbf{r}_2 , \mathbf{v}_1 , \mathbf{v}_2 – вектора положения и скорости сближающихся КО в момент t_i .

Если $\Delta r_{\min,1} < \Delta_1$ ($\Delta_1 = 90$ км), выполняется уточнение величин $t_{\min,1}$, $\Delta r_{\min,1}$. Уточнённые значения $t_{\min,2}$, $\Delta r_{\min,2}$ рассчитываются по формуле (3), в которой $t = t_{\min,1}$, а \mathbf{r}_1 , \mathbf{r}_2 , \mathbf{v}_1 , \mathbf{v}_2 – результаты прогноза векторов состояния обоих КО (\mathbf{r}_1 , \mathbf{v}_1), (\mathbf{r}_2 , \mathbf{v}_2) на время $t_{\min,1} - t_i$. Интервал прогноза не более $0.5 \cdot h = 25$ с, поэтому для сокращения времени счёта при прогнозе используется аппроксимация закона движения в прямоугольной системе координат полиномом второй степени.

Если $\Delta r_{\min,2} < \Delta_2$ ($\Delta_2 = 40$ км), величины t_{\min} , Δr_{\min} определяются окончательно. Они рассчитываются по той же формуле (3), в которой полагается $t = t_{\min,2}$, \mathbf{r}_1 , \mathbf{r}_2 , \mathbf{v}_1 , \mathbf{v}_2 – результаты точного прогноза векторов состояния обоих КО (\mathbf{r}_1 , \mathbf{v}_1), (\mathbf{r}_2 , \mathbf{v}_2) на время $t_{\min,1} - t_i$.

Если $\Delta r_{\min} > \Delta_3$ ($\Delta_3 = 30$ км), сближение не может быть опасным. Иначе сближение считается опасным, если $\Delta r_{\min} < \Delta$, либо $p_c > p_{\min}$. Для каждого опасного сближения рассчитываются его характеристики, перечисленные во введении.

ХАРАКТЕРИСТИКИ РИСКА

Во введении были перечислены показатели риска, которые могут быть рассчитаны с использованием

- текущего состояния каталога;
- архива опасных сближений каталогизированных объектов, накопленного в процессе поддержания каталога;
- данных о некаталогизированных КО, существующих в данный момент на орбите;
- будущей популяции КО.

Кратко остановимся на каждой из них.

1. Распределение каталогизированных КО по элементам орбиты, отношению площади к массе и размеру.

В каталоге эти параметры по каждому КО имеются. Поэтому их распределения получаются прямо из каталога с использованием известных соотношений для эмпирических плотностей. Одномерные распределения этих параметров на конец 1994 года приведены в [3].

2. Распределение каталогизированных КО по пространственным координатам.

В предположении кеплерова движения, равномерного распределения угловых параметров орбиты (аргумент широты u , долгота восходящего узла Ω и аргумент перигея ω) каждого КО и независимости распределений u , Ω , ω различных объектов получается следующая формула для плотности $\nu(\mathbf{r}) = \nu(h, \varphi)$ числа космических объектов

$$\nu(h, \varphi) = \sum_{n=1}^k \nu_n(h, \varphi), \quad (4)$$

где

$$\nu_n(h, \varphi) = (\pi^6 (h+R)^2 \cdot (h_a^{(n)} + h_p^{(n)} + 2R)^2 \cdot (h - h_p^{(n)}) \cdot (h_a^{(n)} - h) \cdot (\sin^2 i_n - \sin^2 \varphi))^{-0.5} \quad (5)$$

плотность для одного КО;

h, φ - сферические координаты (высота над поверхностью Земли и широта) точки $\mathbf{r} = (x, y, z)$ космического пространства;

k – количество объектов в каталоге;

$i_n, h_a^{(n)}, h_p^{(n)}$ – наклонение, высоты в апогее и перигее орбиты n -ого КО;

R – средний радиус Земли.

Перечисленные предположения не всегда достаточно корректны, что видно, например, из распределения КО по ω , получаемого из каталога. Поэтому формулы (4,5) обладают погрешностями (до 2-х раз, см.[3]). Ошибок удаётся избежать, если рассчитывать плотность КО непосредственно из каталога, осуществляя пошаговый прогноз параметров орбиты для каждого КО и учитывая каждую точку как конкретную реализацию $\nu(\mathbf{r})$. В процессе ведения АОС такой прогноз с шагом 50с уже выполняется. Поэтому получение пространственной плотности с точностью $\approx 10\%$ не представляет большого труда.

3. Пространственное распределение размеров КО и совместное распределение КО по высоте и размеру для каталогизированных объектов.

В каталоге у каждого КО имеется значение среднего размера d , полученное из некоординатной радиолокационной или оптической информации (эффективная поверхность рассеяния или блеск), априорных данных либо других источников. Поэтому высотно-широтная зависимость $d(h, \varphi)$ среднего размера и плотность совместного распределения числа КО по высоте и размеру $\nu(h, d)$ могут быть получены в процессе ведения АОС вместе с пространственной плотностью числа КО $\nu(\mathbf{r})$.

4. Распределение параметров относительного движения сближающихся КО для отдельных КО и их групп.

В АОС по каждому сближению хранятся параметры относительного движения в орбитальной сферической системе одного из сблизившихся объектов. Начало этой подвижной системы координат совпадает с положением $\mathbf{r}=(x, y, z)$ объекта в пространстве, а горизонтальная плоскость проходит через начало координат и нормальна вектору \mathbf{r} . На интервале опасного сближения двух КО их относительное движение практически прямолинейно. Поэтому его основным параметром является постоянный вектор относительной скорости $\mathbf{v}_{rel}=\mathbf{v}_2-\mathbf{v}_1$ или три скалярных параметра: модуль v_{rel} , азимут направления сближения α и угол места β этого

направления.

Простая статистическая обработка этой информации позволяет получить любые распределения, связанные с относительным движением сближающихся объектов. В частности, можно получить

- $v_{rel}(h, \varphi)$ – высотно-широтную зависимость среднего значения модуля относительной скорости сближения;
- $v_{rel}(h), v_{rel}(\varphi)$ – зависимости средней относительной скорости только от высоты или широты;
- $\nu(v_{rel}), \nu(\alpha), \nu(\beta), \bar{v}_{rel}, \bar{\alpha}, \bar{\beta}, \sigma_{v_{rel}}, \sigma_{\alpha}, \sigma_{\beta}$ распределения числа сближений по параметрам относительного движения и их числовые характеристики (средние значения и СКО) для конкретных (исследуемых) КО;
- зависимости $\nu(v_{rel}), \nu(\alpha), \nu(\beta), \bar{v}_{rel}, \bar{\alpha}, \bar{\beta}, \sigma_{v_{rel}}, \sigma_{\alpha}, \sigma_{\beta}$ от параметров орбиты исследуемого КО на околокруговой орбите, в частности, от наклона и высоты этой орбиты;
- изменение средних значений параметров относительного движения вдоль трассы полёта исследуемого КО, в частности, зависимость от широты подспутниковой точки.

Примеры таких зависимостей, полученных по АОС, и их анализ содержится в [3]. Все эти зависимости получаются по единообразной методике без особого труда, что является определённым преимуществом рассматриваемого метода перед различными статистическими моделями риска, в которых каждый из перечисленных параметров получается по своей иногда очень не простой методике.

5. Распределение минимального расстояния между сближающимися КО для отдельных КО и их групп.

В АОС для каждого опасного сближения имеется минимальное расстояние между объектами Δr_{\min} . Совокупность значений Δr_{\min} по всем опасным сближениям КО на достаточно большом временном интервале – один из основных источников информации о ”заселённости” космического пространства, не имеющий аналогов в статистических моделях риска.

Различные распределения этого показателя и их эволюция во времени представляют значительный интерес. Это связано с тем, что показатель

Δr_{\min} является **объективной характеристикой** имеющейся популяции каталогизированных объектов. В отличие от другого важного показателя - вероятности столкновения P_c двух КО при их опасном сближении - показатель Δr_{\min} **зависит только от распределения КО по параметрам орбиты и не зависит ни от размеров КО, ни от точности определения и прогнозирования их орбит.** Привлекает также исключительная простота этого показателя.

Если в космосе ничего не меняется (распределение популяции КО по параметрам орбиты фиксированно) **распределение Δr_{\min} не зависит от времени.** Этот замечательный факт (понятен, но не совсем очевиден) был продемонстрирован в работе [3] (стр. 60-63), где представлены и проанализированы зависимости $n_{oc}(\Delta, t)$ среднесуточного числа сближений среди всех каталогизированных КО на расстояние менее Δ в момент t при $0.1 \text{ км} < \Delta < 3 \text{ км}$ и t с июля 1992 г. по декабрь 1994 г.

Показатели $n_{oc}(\Delta, t)$ могут быть рассчитаны не только для всех каталогизированных КО, но и для отдельных групп объектов, представляющих наибольший интерес. Важным примером является группировка работающих КА.

Изменение во времени показателей $n_{oc}(\Delta, t)$ для различных групп КО позволяет наиболее просто оценить вклад любого события в космосе (например, разрушение объекта) в изменение риска столкновения. Примером является анализ этих показателей во времени на интервале 2.5 года, проведённый в [3], при котором удалось оценить влияние на риск столкновения различных разрушений и запусков и выявить событие, приведшее к наибольшему росту этого риска.

6. Вероятность столкновения отдельных КО и их групп со всеми каталогизированными КО.

В АОС для каждого опасного сближения содержится вероятность столкновения, рассчитанная по формуле (1). По данным архива непосредственно может быть оценена вероятность (частота) любого события. Общее соотношение для подобных расчётов имеет вид

$$P(A) = \sum_{\varkappa \in A} p_c(\varkappa), \quad (6)$$

где

- A - некоторое событие, связанное с возможностью столкновения;
- $P(A)$ - вероятность этого события;
- \varkappa - конкретное сближение, для которого событие A имеет место;
- $p_c(\varkappa)$ - вероятность столкновения в сближении \varkappa .

Таким очень простым способом на заданном временном интервале может быть оценена вероятность столкновения с каталогизированными КО для любого конкретного КО или любой совокупности этих КО (например, все объекты каталога, только работающие КА, только КА определённого назначения, только КА с параметрами в задаваемой области и пр.).

6.1. Рассмотрим случай **одного КО**. Вероятность столкновения для отдельных КО на временном интервале $(t, t+\tau)$ согласно (6) можно получить простым суммированием этого показателя по всем опасным сближениям с этим КО на интервале $(t, t+\tau)$. В статистических моделях космического мусора этот показатель считается значительно сложнее и часто менее точно. Обычно в этих моделях для вероятности столкновения $p_c(t, t+\tau)$ исследуемого КО с объектами космического окружения на интервале времени $(t, t+\tau)$ используется формула

$$p_c(t, t+\tau) = \sum_{ij} p_{ij} \quad p_{ij} = \nu(\mathbf{r}_{ij}) \cdot S_{ij} \cdot v_{rel}(h_i, \varphi_j) \sum_{k=1}^{m_{ij}} \delta t_{ijk}, \quad (7)$$

где

- δt_{ijk} – временные интервалы пребывания заданного объекта в высотнo-широтной области $D_{ij} = (h \in (h_i, h_i + \delta h), \varphi \in (\varphi_j, \varphi_j + \delta \varphi))$, которые рассчитываются прогнозом с малым шагом параметров КО от момента времени t до $t+\tau$;
- h – высота объекта над поверхностью Земли;
- φ – широта подспутниковой точки;
- m_{ij} – число интервалов прохождения исследуемого объекта через область D_{ij} на временном интервале $(t, t+\tau)$;
- $S_{ij} = 0.25\pi \cdot (d_0 + d(h_i, \varphi_j))^2$ – среднее поперечное сечение столкновения при пролёте через область D_{ij} ;

- d_0 – средний размер исследуемого объекта;
- $d(h_i, \varphi_j)$ – средний размер космических объектов, пересекающих область D_{ij} ;
- $v_{rel}(h_i, \varphi_j)$ – средняя относительная скорость сближения в области D_{ij} объектов космического окружения с исследуемым;
- $\nu(\mathbf{r}_{ij}) = \nu(\mathbf{r}(h_i, \varphi_j))$ – распределение числа КО по пространственным координатам, рассчитываемое по формуле (5).

В [3] показано, что применение соотношения (7) с постоянными априорными значениями относительной скорости и поперечного сечения столкновения, как это обычно делается в статистических моделях, приводят к ошибкам расчёта вероятности столкновения до 10 раз. Использование же в расчётах по (7) более точных зависимостей $\nu(h, \varphi)$, $v_{rel}(h, \varphi)$, $d(h, \varphi)$, получаемых описанным выше (см. 2.-4.) способом, уменьшает эту ошибку, но она все же остаётся существенной (до 2-х раз). Таким образом, оценку вероятности столкновения для конкретных КО целесообразно выполнять прямым методом с использованием АОС.

Рассчитываемые по (7) интегральные вероятности носят случайный характер, т.к. зависят от конкретных сближений, происшедших на определённом временном интервале с конкретным КО, а также от точности орбиты этого КО. На первый взгляд это существенно снижает ценность получаемых результатов, т.к. наибольший интерес представляют ожидаемые в среднем характеристики риска, зависящие только от среднего размера d КО, а также от наклона i и высот h_a , h_p его орбиты, что имеет место в статистических моделях, а не показатели, полученные для конкретной ситуации. Поэтому в [3] эта проблема была детально исследована. Получен следующий результат. Если в (7) выполняется суммирование достаточно большого числа слагаемых (как правило не менее 300), вычисленные величины близки к среднему значению, в качестве которого берётся та же вероятность, но рассчитанная по значительно большему (не менее чем на порядок) числу реализаций. Показано также, что если различные КО имеют одинаковый средний размер d , а параметры i , h_a , h_p их орбит близки, то рассчитанные для них по АОС вероятности столкновения также близки. ”Близки” в данном случае означает, что в 90% случаев отличие от их среднего либо между собой не более 50%.

Обычно в (7) число реализаций (слагаемых в сумме, стоящей в правой части) достаточно велико. Если же это не так, то существуют следующие пути повышения достоверности рассчитанного значения вероятности столкновения $P(A)$:

1. Увеличение интервала времени, на котором оценивается $P(A)$. Можно брать любой временной интервал, на котором параметры орбиты КО i, h_a, h_p и космическая обстановка вдоль трассы его полёта существенно не меняются.
2. Увеличение числа КО за счёт объектов такого же размера, находящихся на орбитах с параметрами i, h_a, h_p , близкими к параметрам орбиты исследуемого КО. Если такие объекты существуют, то все вероятности опасных сближений с ними из АОС надо добавить в правую часть (7) и полученную сумму разделить на число учитываемых КО,
3. Увеличение числа КО за счёт объектов других размеров, находящихся на орбитах с параметрами i, h_a, h_p , близкими к параметрам исследуемого КО. Для таких объектов надо пересчитать все вероятности столкновения из АОС на размер d_0 исследуемого КО по формуле

$$\tilde{p}_c = p_c \cdot (d_0 + \tilde{d})^2 / (d + \tilde{d})^2, \quad (8)$$

где

- p_c и \tilde{p}_c - исходная и пересчитанная вероятности столкновения;
- d - размер объекта, вероятности столкновения которого пересчитываются;
- \tilde{d} - размер сближающегося объекта.

и с пересчитанными значениями вероятности столкновения выполнить те же операции, что и в п. 2.

Путём учёта всех каталогизированных КО с близкими к задаваемым параметрами орбиты i, h_a, h_p и коррекции хранящихся в АОС вероятностей столкновения на интересующий размер исследуемого объекта могут быть решены следующие задачи:

1. Оценка вероятности столкновения для гипотетического КО с заданной орбитой.

2. Получение для КО на околокруговой орбите зависимостей вероятности столкновения от высоты этой орбиты, её наклона и размера объекта. Эти зависимости на период 1992-94 гг. содержатся в [3].

6.2. Рассмотрим теперь случай **нескольких КО**. Это могут быть любые группы КО, например, все КО одного типа (наименования, назначения и пр.), с заданной областью изменения параметров орбиты или вообще все каталогизированные КО. Для расчёта вероятности столкновения определённой группы КО со всеми каталогизированными объектами суммируются вероятности столкновения во всех опасных сближениях с КО этой группы. При этом как правило суммируется большое число слагаемых, вследствие чего вероятность столкновения получается достаточно точно.

В [3] приведён очень интересный график изменения во времени во второй половине 1992 года суточной вероятности столкновения между всеми объектами каталога, который здесь воспроизведён (рис.12). Вероятность столкновения за любые сутки $(t, t+1)$ $P_{cd}(t)$ получается суммированием вероятностей столкновения по всем опасным сближениям, имевшим место в эти сутки¹. На графике видно 10 пиков-максимумов, соответствующих наиболее опасным сближениям². Если их не учитывать, то суммарная вероятность столкновения за сутки в каждой из оставшихся 170 реализаций отличается от своего среднего значения не более чем на 50%. Таким образом, этот показатель риска характеризуется высокой стабильностью.

Интересно, как меняется представленная на рис.12 зависимость $P_{cd}(t)$ при изменении расчётной точности каталожных орбит. Если бы среднее по времени функции $P_{cd}(t)$ существенно зависело бы от точности орбит каталога, то это поставило бы под сомнение практическую ценность прямого метода. Ответ на этот вопрос не очевиден, т.к., как следует из (1,2), вероятность столкновения с изменением СКО ошибок в какую либо сторону может как увеличиваться, так и уменьшаться. Поэтому сразу после реализации программы ведения АОС на ЭВМ Эльбрус в ию-

¹Всего за сутки во второй половине 1992 года время происходило $\approx 2000-3000$ опасных сближений.

²Иногда в одном сближении вероятность столкновения сравнима со среднесуточным значением по всем объектам каталога. Так, например, было при сближениях перед столкновением КА Космос 2251 и Иридиум-33.

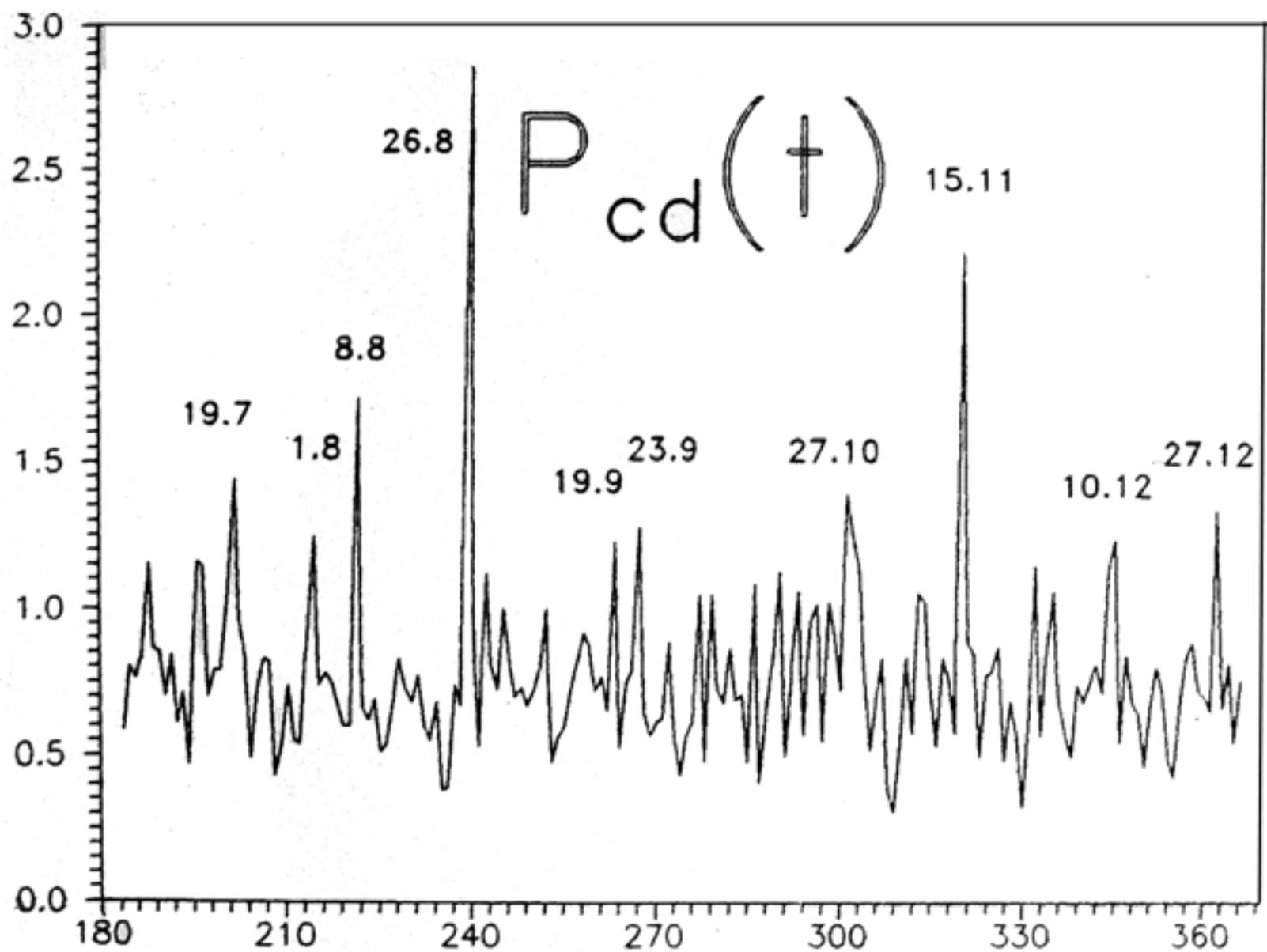


Рис.12 Изменение во времени во второй половине 1992 г. суточной вероятности столкновения (умножена на 10^4) между всеми каталогизированными КО российского каталога

ле 1992 года были проведены соответствующие расчёты. В течение 10 суток кроме одного АОС велись еще два: один с СКО ошибок в 2 раза меньшими исходных по всем параметрам орбиты и другой с СКО ошибок в 2 раза большими. Проведённый анализ полученных данных показал следующее. Если расчётные значения ошибок орбит растут (уменьшаются), то число опасных сближений также растёт (уменьшается), но при этом **сумма вероятностей столкновения по всем опасным сближениям практически не меняется**³. Этот результат фактически является обоснованием практической применимости прямого метода при оценке риска столкновения.

В связи с этим отметим один любопытный эффект. Вероятности столкновения в отдельных сближениях очень сильно зависят от степени соответствия реальных и расчётных значений ошибок. Как следует из (2), при наличии соответствия реальных и расчётных значений ошибок вероятность столкновения в среднем близка к $0.4 \cdot k$. Сильное завышение или занижение расчётных значений ошибок это значение существенно уменьшает. Так, например, при завышении расчётных ошибок в 10 раз вычисленное по (2) значение вероятности столкновения окажется меньше в ≈ 100 раз, а при занижении в 10 раз - практически равным нулю. Тем не менее, как следует из вышесказанного, вероятности событий, при которых суммируется вероятности столкновения в достаточно большом числе опасных сближений, от этого фактора практически не зависят! Таким образом, рассчитываемые по АОС интегральные характеристики риска оказываются не критичными к степени соответствия реальных и расчётных ошибок параметров орбит каталогизированных КО.

7, Распределение вероятности столкновения по пространственным координатам

Оценивая по АОС вероятности событий, связанных с любым хранящимся там параметром (скалярным или векторным) в различных диапазонах его изменения, можно получить распределение вероятности столкновения по этому параметру, а также числовые характеристики этого распределения (математическое ожидание, среднеквадратичное отклонение). Таким способом может быть получено, например, распределение вероятности

³Среднее значение суточной вероятности изменяется менее чем на 10%

сти столкновения по пространственным координатам высоте и широте – одномерные $p(h)$, $p(\varphi)$ и двумерное $p(h, \varphi)$. Заметим, что плотность распределения вероятности столкновения по пространственным координатам $p(\mathbf{r})$, которую не дают никакие статистические модели космического мусора и которую можно получить по информации АОС, содержит не только информацию о пространственном распределении числа КО $\nu(\mathbf{r})$, но и об их размерах. Поэтому она даёт более объективную картину пространственного распределения риска столкновения, чем распределение $\nu(\mathbf{r})$ числа КО. В [3] было показано, что основные максимумы распределений $p(\mathbf{r})$ и $\nu(\mathbf{r})$ совпадают, но их ”глубина” различна. Так, например, отношение абсолютного максимума функции $p(\mathbf{r})$ ⁴ к следующему по величине в 5 раз больше, чем у функции $\nu^2(\mathbf{r})$ ⁵. Это объясняется тем, что в окрестности основного максимума летают в среднем более крупные КО.

Распределение $\nu(\mathbf{r})$ зависит от времени и анализ временных изменений этого распределения позволяет понять, происходит ли со временем перераспределение суммарного риска по пространственным координатам и как изменяется во времени риск столкновения в отдельных его областях. Примеры подобного анализа в 1992-94 гг. содержатся в [3].

8, Вероятность столкновения для отдельных КО и их групп с учётом некаталогизированных объектов различных размеров

При оценке характеристик риска столкновения космических объектов искусственного происхождения необходимо учитывать не только известные (каталогизированные) объекты, но и объекты, находящиеся в настоящее время на орбите, но не каталогизированные по различным причинам. АОС позволяет достаточно просто проводить оценку характеристик риска для каталогизированных объектов. В этих же расчётах можно также просто и эффективно учитывать некаталогизированные.

Некаталогизированных элементов запуска мало и они не вносят существенного вклада в риск столкновения. Учёт же некаталогизированных фрагментов разрушения необходим. Методика этого учёта такая: **веро-**

⁴В 1992-94 гг. это была область вблизи $\varphi=82^\circ$, $h=950$ км.

⁵В кинетической теории газа, на которой основаны некоторые статистические модели космического мусора, вероятность столкновения частиц газа в малой области пространства пропорциональна квадрату числа частиц в этой области

ятность столкновения в каждом опасном сближении пересчитывается в предположении наличия в районе сближения не только двух опасно сблизившихся каталогизированных КО, но и других находящихся на орбитах неизвестных объектов, и по пересчитанным значениям этой вероятности считаются характеристики риска таким же образом, как и для каталогизированных КО.

Орбиты неизвестных КО также неизвестны, но для учёта этих КО в вероятности столкновения их знать не обязательно. Достаточно иметь только пространственное распределение $\nu_{\text{н}}(h, \varphi | d)$ числа некаталогизированных КО при разных значениях их размера d , которое фактически совпадает с распределением $\nu_{\text{рн}}(h, \varphi | d)$ числа некаталогизированных фрагментов разрушения при разных значениях d . Действительно, при известной $\nu_{\text{рн}}(h, \varphi | d)$ пересчёт вероятности столкновения $p_{c,зр}$ в опасном сближении каталогизированного элемента запуска размера $d_з$ и фрагмента разрушения размера d_p , при котором учитываются все некаталогизированные фрагменты разрушения размера d , выполняется по формуле

$$\tilde{p}_{c,зр} = p_{c,зр} \cdot \left(1 + \frac{(d_з + d)^2}{(d_з + d_p)^2} \cdot k_p(h, \varphi | d) \right), \quad (9)$$

а пересчёт $p_{c,рр}$ в опасном сближении двух каталогизированных фрагментов разрушения размеров d_1 и d_2 по формуле

$$\tilde{p}_{c,рр} = p_{c,рр} \cdot \left(1 + \left(\frac{(d_1 + d)^2}{(d_1 + d_2)^2} + \frac{(d_2 + d)^2}{(d_1 + d_2)^2} \right) \cdot k_p(h, \varphi | d) + \frac{(d + d)^2}{(d_1 + d_2)^2} \cdot k_p^2(h, \varphi | d) \right) \quad (10)$$

где

- p_c и \tilde{p}_c – исходная и пересчитанная вероятности столкновения;
- $\nu_{\text{рк}}(h, \varphi)$ – плотность каталогизированных обломков разрушений по высоте h и широте φ ;
- $\nu_{\text{рн}}(h, \varphi | d)$ – плотность некаталогизированных обломков разрушений размера d по высоте h и широте φ ;
- $k_p(h, \varphi | d) = \nu_{\text{рн}}(h, \varphi | d) / \nu_{\text{рк}}(h, \varphi)$.

Плотность $\nu_{\text{рк}}(h, \varphi)$ находится непосредственно из каталога по методике, изложенной в п. 2.. Плотность $\nu_{\text{рн}}(h, \varphi | d)$ определяется из наблюдений с помощью специальных радаров, оптических средств и космических датчиков, а также различных статистических моделей. Эти работы ведутся в

США и Европе начиная с 80-х годов прошлого века. Регулярно появляются публикации, в которых эта плотность уточняется. В частности, было показано, что отношение плотностей $\nu_{\text{рн}}(h, \varphi)$ и $\nu_{\text{рк}}(h, \varphi)$ слабо зависит от φ , а изменение по высоте плотности $\nu_{\text{рн}}(h, \varphi)$ для определённых размеров некаталогизированных КО и диапазона высот в целом повторяет основные закономерности для плотности каталогизированных объектов $\nu_{\text{рк}}(h, \varphi)$.

Разобьём все некаталогизированные фрагменты разрушений, которые мы собираемся учесть при расчёте риска столкновения, по размеру на r групп. Будем считать, что в каждой группе все КО имеют одинаковый размер. Таким образом, существуют r групп некаталогизированных КО с размерами d_1, d_2, \dots, d_r соответственно. В этом случае формулы пересчёта вероятности столкновения с учётом некаталогизированных объектов всех рассматриваемых размеров являются очевидным обобщением формул (9), (10) и имеют вид

$$\tilde{p}_{c,зр} = p_{c,зр} \cdot \left(1 + \sum_{i=1}^r \frac{(d_3 + d_i)^2}{(d_3 + d_p)^2} \cdot k_{pi}(h, d_i) \right) \quad (11)$$

$$\tilde{p}_{c,pp} = p_{c,pp} \cdot \left(1 + \sum_{i=1}^r \left(\frac{(d_1 + d_i)^2}{(d_1 + d_2)^2} + \frac{(d_2 + d_i)^2}{(d_1 + d_2)^2} \right) \cdot k_{pi}(h, d_i) \right) \quad (12)$$

где $k_i(h, d) = \nu_{\text{рн}}(h, \varphi | d) / \nu_{\text{рк}}(h, \varphi)$.

В (11) и (12) учтено, что

- $\nu_{\text{рн}}(h, \varphi | d) / \nu_{\text{рк}}(h, \varphi)$ слабо зависит от φ ;
- можно, как показано в [4], пренебречь опасными ситуациями, возникающими при сближениях различных некаталогизированных обломков разрушений.

После пересчёта по формулам (11), (12) вероятностей столкновений для всех хранящихся в АОС опасных сближений конкретные характеристики риска рассчитываются по методике, изложенной в пунктах **6.** и **7.**

9. Вероятность столкновения в будущем для отдельных КО и их групп с учётом каталогизированных и некаталогизированных объектов

Характеристики риска столкновения космических объектов искусственного происхождения в будущем зависят в основном от того, какие КО, в каком количестве и на каких орбитах будут появляться в каталоге. Поэтому необходимо иметь возможность оценивать такой риск в зависимости от этих параметров. Выше было показано, что в расчётах риска с использованием информации АОС можно достаточно просто учитывать не только каталогизированные КО, но и другие, в частности, находящиеся в настоящее время на орбитах некаталогизированные объекты. Здесь будет показано, что также просто могут быть учтены и объекты, которых сейчас на орбите нет, но которые предположительно там появятся в течение определённого времени в будущем.

Методика этого учёта близка к методике учета некаталогизированных объектов, а именно: **вероятность столкновения в каждом опасном сближении пересчитывается в предположении наличия в районе сближения не только двух опасно сблизившихся каталогизированных КО, но и других объектов, которые могут находиться на орбитах в будущем, и по пересчитанным значениям этой вероятности считаются характеристики риска таким же образом, как и для каталогизированных КО.**

Как и при учёте в оценках риска столкновения некаталогизированных КО, находящихся в настоящее время t на орбите, для учёта каталогизированных на будущем интервале времени $(t, t + \Delta t)$ объектов⁶ достаточно иметь только распределение этих объектов по пространственным координатам $\nu_6(h, \varphi)$ и функциональную зависимость $\bar{d} = \bar{d}(h, \varphi)$ от этих координат среднего значения размера⁷.

Действительно, при известных $\nu_6(h, \varphi)$ и $\bar{d}(h, \varphi)$ пересчёт вероятности столкновения p_c в любом опасном сближении двух каталогизирован-

⁶В их число входят как запущенные в будущем КО, так и объекты будущих разрушений, которые удастся каталогизировать

⁷функции ν_6 и \bar{d} зависят ещё от t и Δt , но для простоты записи эти параметры опущены

ных КО с размерами d_1 и d_2 выполняется по формуле

$$\tilde{p}_c = p_c \cdot \left(1 + \left(\frac{(d_1 + \bar{d})^2}{(d_1 + d_2)^2} + \frac{(d_2 + \bar{d})^2}{(d_1 + d_2)^2} \right) \cdot k_{\bar{c}}(h, \varphi | d) + \frac{(\bar{d} + \bar{d})^2}{(d_1 + d_2)^2} \cdot k_{\bar{c}}^2(h, \varphi | d) \right) \quad (13)$$

где

- p_c и \tilde{p}_c – исходная и пересчитанная вероятности столкновения;
- $\nu_{\bar{c}}(h, \varphi)$ – плотность каталогизированных на будущем интервале времени $(t, t + \Delta t)$ КО по высоте h и широте φ ;
- $\nu(h, \varphi | d)$ – плотность каталогизированных в текущий момент t КО по высоте h и широте φ ;
- $k_{\bar{c}}(h, \varphi) = \nu_{\bar{c}}(h, \varphi) / \nu(h, \varphi)$.

Плотность $\nu(h, \varphi)$ находится непосредственно из каталога по методике, изложенной в п. 2.. Плотность $\nu_{\bar{c}}(h, \varphi)$ задается исходя из прогнозов происходящих в будущем запусков и разрушений.

После пересчёта по формуле (13) вероятностей столкновений для всех хранящихся в АОС опасных сближений конкретные характеристики риска для каталогизированных в будущем КО рассчитываются по методике, изложенной в п. 6. и 7.. Если в будущий момент времени дополнительно надо учесть некаталогизированные к этому моменту фрагменты разрушений, надо после учёта каталогизированных в будущем КО применить методику, описанную в 8..

ПРИМЕРЫ

Здесь будут рассмотрены примеры решения некоторых практических задач с использованием описанного метода оценки риска столкновения.

1. Предупреждение будущих столкновений

Исключительно важной особенностью прямого подхода к анализу риска столкновений является его очевидная способность выдавать **предупреждения о возможных реальных столкновениях в будущем**. Такие предупреждения позволяют организовать комплекс оперативных мероприятий с целью уточнения вероятности предсказываемых столкновений и их предотвращению, а также наблюдению процесса самого столкновения и

его последствий, Данный аспект прямого подхода был детально разработан специалистами МАК "Вымпел" еще в 1993 году и доложен на очередной сессии международного Межагентского Координационного Комитета по космическому мусору (IADC) в 1994 году, С той поры прошло 15 лет. За это время в США была реализована предложенная нами схема, обеспечивающая своевременные предупреждения о возможности столкновений и принятие соответствующих мер для значительного числа работающих КА (в настоящее время их число доведено до 800). К сожалению в России ничего подобного сделано не было. Частичным оправданием этого являются те сложные перестроечные процессы, которые проходили в нашем государстве в это время.

Здесь мы не будем подробно останавливаться на реализации прямого подхода с целью решения задачи предупреждения будущих столкновений, Перечислим только особенности этой реализации:

1. выделение группы КО особого интереса, для которых решается задача;
2. увеличение временного интервала, на котором рассчитываются потенциально опасные сближения с КО особого интереса;
3. уточнение опасных сближений с КО особого интереса сразу после каждого уточнения их орбит по измерительной информации;
4. обеспечение постоянного полного сбора измерительной информации по всем КО особого интереса;
5. обеспечение оперативного привлечения всех имеющихся измерительных средств по всем КО на то время, когда они опасно сближаются с объектами особого интереса;
6. обеспечение по всем КО, участвующих в будущих опасных сближения с объектами особого интереса, расчёт уточнённых орбит на каждом информативном витке;
7. применение при расчёте характеристик сближений наиболее точных методов использования всех видов измерительной информации, в том числе орбитальной;
8. применение при расчёте характеристик сближений наиболее точных методов определения и прогнозирования орбит;

9. обеспечение соответствия реальных и расчётных значений ошибок определения прогнозируемого положения КО;
10. выделение и документирование в автоматическом режиме наиболее опасных сближений;
11. представление результатов вычислений, проводимых в автоматическом режиме, в виде, удобном для анализа и принятия решений;
12. оперативная выдача потребителям необходимой информации в согласованном виде.

В настоящее время в ЦККП работает комплекс программ, решающих в целом задачу предупреждения опасных сближений в будущем с заданной группой КО повышенного интереса. Однако пока не все перечисленные выше особенности этой задачи реализованы, а некоторые реализованы не полностью.

2. Оценка частоты ложной тревоги при принятии решения о столкновении КА Космос-2251 и Иридиум-33

В разделе, посвящённом методам поддержания каталога, на рис. 3-5 представлены графики изменения во времени на 10-ти суточном интервале до столкновения КА Космос-2251 и Иридиум-33 реальных ошибок определения относительного положения объектов в момент их столкновения и расчётный диапазон их изменения с вероятностью 0.9. Они являются весомым аргументом в пользу того, чтобы по информации российских измерительных средств принять до столкновения решение о его возможности и мерах по уменьшению ожидаемого ущерба (возможен был, например, уход активного КА Иридиум-33). Однако этого решения не было принято и столкновение произошло 10 февраля 2009 года в 16 часов 56 минут 00 секунд всемирного времени. Оно было катастрофическим – в самой опасной зоне космического пространства на высотах около 800 км и широтах 74 – 82° образовалось более 1600 обломков⁸, наблюдаемых американской и российской системами контроля,

Предположим всё же, что такое решение было бы принято и орбита

⁸Данные на конец октября 2009 года. Продолжают обнаруживаться новые обломки и таким образом число каталогизированных фрагментов от столкновения постоянно растёт

одного из КА (им мог быть только кооперируемый⁹ аппарат Иридиум-33) была бы скорректирована таким образом, чтобы столкновение стало невозможным. Предположим также, что такое же решение в аналогичных ситуациях всегда принимается для всех кооперируемых КА. Оценим частоту совершаемых при этом ошибок.

Вероятность столкновения мала¹⁰. Поэтому практически все принимаемые решения об "уводе" активного КА будут ошибочными. Следовательно, **частота ошибки это вероятность того, что в космическом пространстве происходит именно такое сближение.** С какой же частотой происходят эти сближения ?

Затруднительно получить ответ на этот вопрос с помощью какой-либо статистической модели космического мусора. Описанный здесь метод даёт ответ на этот вопрос без особого труда. Для этого используется рассмотренная в п. 5. предыдущего раздела зависимость $n_{oc}(\Delta, t)$ среднесуточного числа сближений среди задаваемых групп КО на расстояние менее Δ , которая получается прямым подсчётом по информации, хранящейся в АОС.

В данной ситуации в качестве двух групп сближающихся КО задаются кооперируемые КА и все каталогизированные КО. По АОС подсчитывается число сближений объектов этих групп на определённом временном интервале Δt на расстояния $\delta r, \delta n, \delta b$, меньшие порогов c_r, c_n, c_b . Пороги выбираются по информации об ошибках, содержащейся на рис. 3-5, и их числовые значения в зависимости от оставшегося до столкновения времени приведены ниже в Таблице 2. Для получения среднесуточного значения $n_{oc}(\Delta, t)$, которое является искомой частотой ложной тревоги, подсчитанное значение $n_{oc}(\Delta, t)$ делится на длину интервала Δt . Можно было бы по текущему АОС сразу получить искомые характеристики в зависимости от времени Δt_{col} , оставшегося до столкновения. Но мы не будем этого делать. С целью демонстрации прогнозных и аппроксимационных возможностей изложенного выше метода анализа риска столкновений

⁹ Действующий КА, способный по команде из Центра управления корректировать свою орбиту

¹⁰ Для примера вероятность столкновения этих КА в начале временного интервала $(t_{min}-10, t_{min})$ была $\approx 3 \cdot 10^{-5}$, а в его конце непосредственно перед столкновением $\approx 2 \cdot 10^{-4}$

воспользуемся данными, приведёнными в [3].

В [3] дано распределение минимального расстояния в опасных сближениях между всеми каталогизированными объектами, полученного по АОС, накопленному в Центре Контроля в течение 2.5 лет с июля 1992 г. по декабрь 1994 г. и содержащему информацию о ≈ 2.5 миллиона таких сближений. В таблице 1 приведены взятые из [3] (стр.61) данные по среднесуточному числу n_{Δ} пар объектов, сближающихся между собой объектов каталога на расстояние менее Δ , при различных значениях Δ .

Таблица 1 СРЕДНЕСУТОЧНОЕ ЧИСЛО ПАР ОБЪЕКТОВ КАТАЛОГА, СБЛИЖАЮЩИХСЯ НА ЗАДАННОЕ РАССТОЯНИЕ (1992-94г.)

| | | | | | | | |
|--------------|--------|--------|--------|--------|------|------|------|
| Δ | 0.1 км | 0.2 км | 0.3 км | 0.5 км | 1 км | 2 км | 3 км |
| n_{Δ} | 0.75 | 3.0 | 4.6 | 11.9 | 47.7 | 190 | 426 |

Из рис. 3-5 видно, что пороги c_r, c_n, c_b а также радиус r_{sph} эквивалентной по объему сферы (фактически максимальные ошибки по этим параметрам) при различных значениях времени Δt_{col} , оставшегося до столкновения, следующие:

Таблица 2 ОШИБКИ ПРИ РАЗНОМ ВРЕМЕНИ ДО СТОЛКНОВЕНИЯ

| Δt_{col} (сутки) | c_r (km) | c_n (km) | c_b (km) | r_{sph} (km) |
|--------------------------|------------|------------|------------|----------------|
| 1 | 0.03 | 0.06 | 0.06 | 0.06 |
| 2 | 0.03 | 0.10 | 0.08 | 0.08 |
| 3 | 0.03 | 0.25 | 0.20 | 0.15 |
| 4 | 0.03 | 0.25 | 0.20 | 0.15 |
| 5 | 0.03 | 0.30 | 0.30 | 0.18 |

Для получения необходимых характеристик данные, приведённые в Таблице 1, экстраполируются на другое время и пересчитываются в подмножество пар, один из объектов которых кооперируем. Предположим, что с приемлемой точностью

- 1) $n_{\Delta} \approx n_1 \cdot \Delta^2$, где n_1 – некоторая константа;
- 2) распределения по высоте числа каталогизированных объектов в 1992-94 и 2009 годах подобны;

3) распределения по высоте числа каталогизированных и кооперируемых объектов подобны.

15 лет тому назад в низкоперигейной части российского каталога, по которому считались данные Таблицы 1, было около 4400 объектов. Сейчас их в 2.7 раза больше. Следовательно, в силу предположения 2) для 2009 г. все цифры таблицы 1 надо умножить на $2.7^2 \approx 7.2$. Кооперируемых КА в низкоорбитальной области сейчас около 250, т.е. в 55 раз меньше общего числа каталогизированных в этой области. Поэтому в силу предположения 3) для получения частоты сближений каталогизированных КО с кооперируемыми в 2009 г. необходимо все цифры таблицы 1 умножить на $7.2/55 \approx 0.13$. Наконец, проводим квадратичную экстраполяцию дважды пересчитанных цифр Таблицы 1. При этом используется предположение 1). В итоге получаем следующие частоты сближений $f(r_{sph})$ кооперируемых КА с каталогизированными КО на расстояние менее заданного порога r_{sph} , взятого из Таблицы 2, при различных значениях времени Δt_{col} , оставшегося до столкновения:

| | | | | | | |
|--------------|-----------|-------|-------|------|------|------|
| t_{col} | (сутки) | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| r_{sph} | (km) | 0.060 | 0.080 | 0.15 | 0.15 | 0.18 |
| $f(r_{sph})$ | (1/сутки) | 0.036 | 0.064 | 0.22 | 0.22 | 0.32 |

Таким образом, если бы было выдано предупреждения о столкновении КА Космос-2251 и Иридиум-33 за сутки до столкновения, частота ложного предупреждения была бы около 0.036 (раз в месяц).

3. Оценка риска столкновения для отдельных КО при разном составе космического окружения

Оценка вероятности столкновения исследуемого космического объекта (цели) со всеми (каталогизированными и некаталогизированными) объектами заданного космического окружения по архиву опасных сближений производится следующим образом:

- выделяются все опасные сближения, в которых участвуют все каталогизированные объекты с орбитами, близкими к орбите цели;
- все вероятности в этих сближениях пересчитываются на заданный размер цели d_0 и заданное космическое окружение по формулам, приведённым в пунктах 6. и 8 предыдущего раздела;

– пересчитанные вероятности ссумируются и приводятся к заданному временному интервалу.

Будем считать, что цель размера d_0 находится на орбите, близкой к круговой с высотой h . Для неё описанным выше способом можно получить зависимости вероятности столкновения p_c от высоты h и размера d_0 при различном составе космического окружения. Обычно в качестве космического окружения берутся все находящиеся на орбите КО, размер которых более заданного d_{\min} . На конец 1994 года эти зависимости приведены в [2,4]. Спустя 15 лет в низкоорбитальной области каталогизированных элементов запуска и фрагментов разрушений стало соответственно больше в 1.15 и 2.2 раза, но отношение $k_p(h, d)$ числа некаталогизированных фрагментов разрушения размера d и всех каталогизированных фрагментов разрушения изменилось незначительно. Поэтому пересчёт по соотношениям (11),(12) вероятностей столкновения в опасных сближениях цели с каталогизированными КО можно выполнять при тех же значениях величин $k_{pi}(h, d_i)$.

Из всех зависимостей $p_c(h, d_0, d_{\min})$ на 2009 год приведём только результаты расчётов для наиболее опасного диапазона высот 700-1000 км

Таблица 3 ГОДОВАЯ ВЕРОЯТНОСТЬ (ЧАСТОТА) СТОЛКНОВЕНИЯ ДЛЯ ЦЕЛИ НА ОКОЛОКРУГОВОЙ ОРБИТЕ С ВЫСОТОЙ 700-1000 км В ЗАВИСИМОСТИ ОТ ЕЁ РАЗМЕРА d_0 И МИНИМАЛЬНОГО РАЗМЕРА d_{\min} УЧИТЫВАЕМЫХ ОБЪЕКТОВ КОСМИЧЕСКОГО ОКРУЖЕНИЯ

| размер цели d_0 | космическое окружение | | | | |
|-------------------|-----------------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| | каталог | более 5.5 см | более 1.5 см | более 0.4 см | более 0.1 см |
| 1 м | 0.00004 | 0.00010 | 0.0005 | 0.012 | 0.2 |
| 3 м | 0.00011 | 0.00070 | 0.0047 | 0.10 | 1.8 |
| 5 м | 0.00022 | 0.0018 | 0.013 | 0.28 | 5.0 |
| 7 м | 0.00037 | 0.0034 | 0.026 | 0.55 | 10.0 |
| 10 м | 0.00062 | 0.0063 | 0.054 | 1.2 | 21.0 |

Как видно из этих данных, на высотах 700-1000 км для любого рассмотренного космического окружения столкновение с объектом метрового размера пока маловероятно. Однако запускать на эти высоты крупный КА уже сейчас рискованно – от столкновения с мелким фрагментом разру-

шения, которое в течение года его функционирования очень вероятно, он может выйти из строя и стать некооперируемым ранее запланированного срока. Правда катастрофическим (появляется большое число наблюдаемых фрагментов) это столкновение скорее всего не будет.

В Таблице 4 приведена полученная по этой методике годовая вероятность столкновения с МКС¹¹ при различных значениях минимального размера d_{\min} учитываемых объектов космического окружения.

Таблица 4 ГОДОВАЯ ВЕРОЯТНОСТЬ (ЧАСТОТА) СТОЛКНОВЕНИЯ ДЛЯ МКС В ЗАВИСИМОСТИ ОТ МИНИМАЛЬНОГО РАЗМЕРА d_{\min} УЧИТЫВАЕМЫХ ОБЪЕКТОВ КОСМИЧЕСКОГО ОКРУЖЕНИЯ

| космическое окружение | | | | |
|-----------------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| каталог | более 5.5 см | более 1.5 см | более 0.4 см | более 0.1 см |
| 0.00075 | 0.0035 | 0.015 | 0.3 | 6 |

Как видно из этой таблицы, годовая вероятность катастрофического столкновения МКС с каталогизированными объектами невелика (менее 0.001), но за 22 года её функционирования некатастрофические столкновения с объектами размера нескольких миллиметров наверняка были.

4. Оценка риска столкновения между всеми КО в зависимости от минимального размера d_{\min} учитываемых объектов

Оценка вероятности столкновения между всеми объектами размера более заданного значения d_{\min} по архиву опасных сближений производится следующим образом:

- вероятности столкновения во всех хранящихся в АОС сближениях пересчитываются на заданную космическую обстановку по формулам, приведённым в пункте 8 предыдущего раздела;
- пересчитанные вероятности суммируются и приводятся к заданному временному интервалу.

На конец 1994 года зависимость годовой вероятности столкновения от минимального размера d_{\min} учитываемых объектов приведена в [4]. По

¹¹высота около 350 км, среднее значение поперечного сечения столкновения около 400 м², что соответствует эффективному размеру около 22 м.

указанной методике можно было бы по текущему АОС сразу получить искомую характеристику в зависимости от d_{\min} . Но мы не будем этого делать. Для демонстрации возможностей нашего метода анализа риска столкновения получим искомые частоты столкновения путём прогноза с 1994 на 2009 год данных, приведённых в [4]. При этом будем использовать методику, изложенную в пункте 9. предыдущего раздела.

В [4] было показано, что при расчёте вероятности столкновения между всеми объектами можно не учитывать зависимость отношения $k_p(h, d)$ плотностей некаталогизированных и каталогизированных фрагментов разрушения от высоты h . Поэтому сумма P_c рассчитываемых по формулам (11), (12) вероятностей столкновения по всем опасным сближениям из АОС на данном временном интервале принимает вид:

$$P_c = P_{ск} + \sum_{i=1}^r k_i P_i, \quad (14)$$

где

- $P_{ск}$ – вероятность столкновения между всеми каталогизированными объектами;
- P_i – вероятность столкновения между всеми каталогизированными объектами и каталогизированными фрагментами разрушений при условии, что всем этим фрагментам приписывается размер d_i ;
- $k_i = k(d_i) = n_{di}/n_{кр}$, где $n_{кр}$ и n_{di} – число каталогизированных фрагментов разрушений и число некаталогизированных фрагментов разрушений размера d_i .

В [2] показано, что в 1994 году годовая вероятность столкновения между всеми каталогизированными объектами $P_{c,1994} \approx 0.040$, причём если бы столкновение двух КО произошло, то с вероятностью $P_{сз,1994} \approx 0.020$ оба объекта были бы элементами запусков и с вероятностью $P_{ср,1994} \approx 0.020$ только один из них был бы обломком разрушения¹². Столкновение же двух каталогизированных обломков разрушения маловероятно. В 2009 году в низкоорбитальной области каталогизированных элементов запуска и фрагментов разрушения было больше, чем в 1994 году, соответственно в k_3 и k_p раз ($k_3 \approx 1.15$, $k_p \approx 2.2$). Предположим

¹²для объектов российского каталога, в котором в то время фрагментов было в 2 раза меньше, чем в американском. это соотношение было 0.020 и 0.010 (см [2] стр.58)

также, что с приемлемой точностью плотности всех каталогизированных элементов запусков и обломков разрушений в 1994 и 2009 годах между собой подобны. Тогда вероятности столкновения $P_{c,2009}$ и $P_{c,1994}$ между всеми каталогизированными КО в 2009 и 1994 годах связаны между собой следующим очень простым приближенным соотношением, вытекающем из (11)-(13).

$$P_{c,2009} = k_3^2 \cdot P_{c3,1994} + k_3 \cdot k_p \cdot P_{cp,1994}, \quad (15)$$

из которого следует, что $P_{c,2009} \approx 0.076$.

Вероятности P_i слабо зависят от i и в 1994 году менялись от 0.019 при $d_{min}=10$ см до 0.018 при $d_{min}=0$ ¹³. В 2009 году вероятности P_i в $k_3 \cdot k_p$ раз больше и составляют около 0.0041. Поэтому при приведённых в [4] значениях величин k_i , которые за 15 лет практически остались неизменными, из (15) получаются следующие значения искомой частоты (вероятности, если значение менее 1) столкновений $N_c(d_{min})$ между всеми КО размера более заданного d_{min}

Таблица 5 ГОДОВАЯ ЧАСТОТА $N_c(d_{min})$ СТОЛКНОВЕНИЯ МЕЖДУ ВСЕМИ КО РАЗМЕРА БОЛЕЕ d_{min}

| | | | | | | | | |
|----------------|-------|------|------|-----|-------|---------|---------|----------|
| d_{min} (см) | 10-14 | 4-10 | 2-4 | 1-2 | 0.4-1 | 0.2-0.4 | 0.1-0.2 | 0.07-0.1 |
| $N_c(d_{min})$ | 0.076 | 0.16 | 0.55 | 1.8 | 9.0 | 66 | 440 | 1000 |

Как видно из этой таблицы, риск столкновения быстро растёт с уменьшением предельного размера учитываемых КО. Если столкновения КО среди объектов размера более 10-14 см (практически это множество каталогизированных объектов) происходят в среднем каждые 13 лет, то для объектов более 1-2 см в среднем около 2-х столкновений в год, а для объектов более 0.1-0.2 см – около 500.

5. Оценка возможности в будущем каскадного эффекта

Каскадный эффект это цепная реакция катастрофических столкновений КО. Происходит это так. После катастрофического столкновения с большим объектом образуются крупные (размер более 5-10 см) обломки. Эти

¹³Данные относятся к полному (американскому) каталогу, в котором в 1994 году фрагментов разрушений было в 2 раза больше, чем в российском. Приведенные же в [4] на стр.29 цифры относятся к российскому каталогу

обломки сталкиваются с другими большими объектами. В результате вторичных столкновений снова образуются крупные обломки и т.д.. Если этот лавинообразный процесс начался в какой-то области космического пространства, то он очень быстро приведёт к тому, что в этой области не останется больших объектов. Мелких же КО будет так много, что радары обнаружения будут перегружены либо эти объекты будут на них восприниматься как сплошной помеховый фон. Как следствие ведение каталога этих КО будет невозможно. Невозможна либо сильно ограничена будет также любая космическая деятельность. Так будет продолжаться до тех пор, пока образовавшиеся фрагменты разрушений не сторгят, войдя в плотные слои атмосферы. Если цепная реакция столкновений началась на высоте 800 км, то это может продолжаться 10-30 лет, если на высоте более 1000 км – 100 лет и более.

Как отмечалось выше, сейчас уже происходят столкновения, но все они, кроме столкновения КА Космос-2251 и Иридиум-33, не были катастрофическими. Начало лавинообразного процесса катастрофических столкновений не может пройти незамеченным. При этом будут разрушаться крупные объекты, а такие события оперативно фиксируются находящимися на непрерывном дежурстве радарными системами предупреждения о ракетном нападении, противоракетной обороны и контроля космического пространства США и России. Но если цепная реакция разрушений объектов в космосе будет обнаружена, то остановить этот процесс уже будет невозможно. В этом случае все мы еще долго сможем выступать лишь в качестве пассивных наблюдателей последствий своей прошлой космической деятельности. Поэтому важно уметь заблаговременно предсказать возможное начало каскада катастрофических столкновений для того, чтобы принять меры по его недопущению. Рассмотренный метод позволяет дать такую оценку. Если задаться какой-то моделью космического окружения и определённой политикой освоения космического пространства в будущем, то на основании АОС, накопленного на большом временном интервале, и методики, изложенной в пунктах 8. и 9. предыдущего раздела, можно провести соответствующий анализ.

Темп роста каталогизированных элементов запуска зависит от проводимой политики запусков и может в принципе меняться. Будем считать, что он в будущем сохранится на том уровне, на котором он был последние

15 лет, т.е. за год в низкоорбитальной области увеличение находящихся на орбитах элементов запусков составит в дальнейшем около 1%.

Темп роста числа фрагментов разрушений можно в принципе регулировать только для разрушений, прямо связанных с решениями, принятыми людьми. Это относится к разрушениям, связанным со взрывами топлива и батарей на РБ и КА¹⁴, либо сознательно организованным разрушениям¹⁵. Основной прирост фрагментов разрушений за последние 15 лет (около 70%) приходится на эту группу причин. Другую группу составляют разрушения, происходящие по причине, не зависящей от человека. Это столкновения объектов. Пока было только одно такое событие¹⁶, но оно дало 30% прироста числа фрагментов. Прогнозировать такие события практически невозможно - нужны какие-то разумные предположения. Будем считать, что в будущем темп роста числа каталогизированных фрагментов разрушений в низкоорбитальной области сохранится на имеющемся за последние 15 лет уровне, т.е. в среднем около 15% в год относительно уровня 1994 года (2.2 раза за 15 лет).

При принятых темпах роста числа каталогизированных элементов запусков и фрагментов разрушений в предположении неизменности во времени отношения числа некаталогизированных фрагментов разрушения к числу каталогизированных по формуле (15) можно для задаваемой космической обстановки (множества рассматриваемых КО на орбите) рассчитать вероятность столкновения между всеми этими КО. Для каскадного эффекта интерес представляют только КО, столкновения с которыми крупного КО может вызвать фрагменты, которые в свою очередь при столкновении могут разрушать другие крупные объекты. Будем называть такие КО **особо опасными**. Будем считать, что особо опасным КО может быть только в том случае, если его размер более 5 см. Тогда из 8 групп фрагментов, представленных в таблице 5, интерес представляют только первые 2 группы:

- каталогизированные фрагменты (размер более 10-14 см),
- некаталогизированные КО размера 4-10 см.

¹⁴можно принять какие-то конструктивные решения и этих взрывов для запускаемых в будущем объектов уже не будет

¹⁵пример - разрушение КА Феньюнь-1С специально для этой цели запущенной ракетой

¹⁶столкновение КА Космос-2251 и Иридиум-33

В таблице 6 представлена годовая частота столкновений в 2009, 2024, 2039 и 2054 годах (через 15 лет начиная с 2009 года) в двух вариантах: с учётом только каталогизированных объектов (1-ый вариант) и всех объектов размера более 4-10 см (2-ой вариант)

Таблица 6 ГОДОВАЯ ЧАСТОТА СТОЛКНОВЕНИЯ В РАЗНЫЕ ГОДЫ МЕЖДУ ВСЕМИ ОСОБО ОПАСНЫМИ КО

| годы | 2009 | 2024 | 2039 | 2054 |
|--------------------------|------|------|------|------|
| каталогизированные КО | 0.08 | 1.3 | 3.2 | 8.4 |
| КО размера более 4-10 см | 0.21 | 3.5 | 7.9 | 23 |

Из таблицы 6 видно, что в 2054 году катастрофические столкновения будут происходить каждые 2 недели. В это время скорее всего каскад столкновений уже наступит. Но реально он может начаться гораздо раньше - после 2024 года. Точнее сказать трудно. Естественно хотелось бы иметь точный гарантированный прогноз, но дать его скорее всего невозможно. Таблица 6 даёт только прогноз в среднем. Если же случайно произойдет одно или несколько крупных разрушений¹⁷, процесс роста числа фрагментов может пойти гораздо быстрее прогнозируемого.

Каскадный эффект может повлиять не только на освоение космического пространства, но и на другие процессы, в частности, на климатические условия. Различные международные организации (в том числе специальный подкомитет Организации Объединенных Наций) уже разработали меры, позволяющие его предотвратить. Надо только, чтобы все страны, занимающиеся освоением космического пространства, эти меры соблюдали.

ЛИТЕРАТУРА

1. Z.Khutorovsky, A.Kuricshah, A.Menshikov et al. The Russian Space Surveillance Sistem and some Aspects of Spaceflight Safety, *Adv. Space Res.*, Vol.13, No.8, pp.8(21)-8(31), 1993.

¹⁷как за последние 3 года, когда после двух событий – уничтожение КА Феньюнь-1С в январе 2007 года и столкновение Космос-2251 и Иридиум-33 в феврале 2009 – в космосе на высотах 700-800 км образовалось более 4000 (!) находящихся в настоящее время на орбите особо опасных фрагментов

2. Z.N. Khutorovsky, V.F. Boikov and S.Yu.Kamensky, Direct Method for the Analysis of Collision Probabilities of Artificial Space Objects in LEO: Techniques, Results and Application, *Proc. of the First European Conference on Space Debris*, Darmstadt, Germany, April 1993, pp.491-508.

3. З.Н. Хуторовский, С.Ю. Каменский, В.Ф. Бойков, Смелов В.Л., Риск столкновения космических объектов на низких высотах, *Столкновения в околоземном пространстве*, Сборник научных трудов, РАН, Институт астрономии, стр 19-90, 1995.

4. З.Н. Хуторовский, Риск столкновения на низких высотах с учётом некаталогизированных объектов, *Околоземная астрономия (космический мусор)*, Сборник научных трудов, РАН, Институт астрономии, стр. 17-33, 1998.

5. V.Fateev, S.Sukhanov, Z.Khutorovsky et al. Collision Prediction for LEO Satellites. Analysis of Characteristics, *Proc. of the 2009 Advanced Maui Optical and Space Surveillance Technologies Conference*, Sept. 1-4, USA, Maui, Hawaii, 2009