

З.Н. Хуторовский

**Методы обработки измерений
при каталогизации КО в ЦККП**

Москва 2009

Методы обработки измерений при каталогизации КО в ЦККП

При каталогизации космических объектов (КО)¹ решается задача ведения каталога: определение и уточнение в процессе получения новых измерений текущего положения объектов по всей имеющейся к данному моменту измерительной и априорной информации. Система поддержания каталога является типичным примером информационной системы реального времени. В ней существуют измерения, непрерывно выполняемые измерительными средствами во времени и объекты, движущиеся в пространстве в том же времени. Измерения не являются абсолютно точными и содержат ошибки. Движение объектов также не известно абсолютно точно и любое описание этого движения - модель движения - также содержит ошибки. Ошибки измерений и модели движения являются как бы "обстановкой", на фоне которой происходит поддержание каталога космических объектов.

Используемый в Центре Контроля Космического Пространства (ЦККП) метод решения этой задачи подробно описан в работах [1,2]. Здесь в сжатом виде даётся описание этого метода и анализ его эффективности.

Постановка задачи

Задача ведения каталога формулируется как задача определения числа k наблюдаемых КО и их параметров орбит $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \dots, \mathbf{a}_k$ по совокупности измерений $\mathbf{X} = (\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_n)$, выполненных всеми измерительными средствами.

Искомое решение обращает в минимум функционал

$$\Psi(\chi, \mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \dots, \mathbf{a}_{k(\chi)}) = \sum_{l=1}^{k(\chi)} \Psi_l(\mathbf{X}_l, \mathbf{a}_l), \quad (1)$$

где

χ – конкретное разбиение измерений по космическим объектам;

¹полезных нагрузок и фрагментов космического мусора

$\mathbf{X}_l = (\mathbf{x}_{l_1}, \mathbf{x}_{l_2}, \dots, \mathbf{x}_{l_{m_l}})$ – совокупность измерений, отнесённых к l -ому объекту в соответствии с разбиением χ ;

$k_{(\chi)}$ – число объектов в разбиении χ ;

$m_1 + m_2 + \dots + m_k = n$ – общее число измерений;

$\Psi_l(\mathbf{X}_l, \mathbf{a}_l)$ – функционал, устанавливающий меру близости выбранной совокупности измерений \mathbf{X}_l и параметров \mathbf{a}_l l -ого объекта². $\Psi_l(\mathbf{X}_l, \mathbf{a}_l)$ является нелинейным функционалом максимального правдоподобия вида

$$\Psi_l(\mathbf{X}_l, \mathbf{a}_l) = (\mathbf{X}_l - \mathbf{F}_l(\mathbf{a}_l))' \mathbf{M}_l^{-1} (\mathbf{X}_l - \mathbf{F}_l(\mathbf{a}_l)) + (\check{\mathbf{a}}_l - \check{\mathbf{a}}_l(\mathbf{a}_l))' \check{\mathbf{P}}_l (\check{\mathbf{a}}_l - \check{\mathbf{a}}_l(\mathbf{a}_l)), \quad (2)$$

где

$\mathbf{F}_l(\mathbf{a}_l)$ – вектор размерности $6m_l$, определяющий функциональную зависимость параметров измерений \mathbf{X}_l , отнесённых в соответствии с разбиением χ к l -ому объекту, от параметров орбиты l -ого объекта в некоторый момент t ;

$^{-1}$ и $'$ – знаки обращения и транспонирования матрицы;

$$(\mathbf{M}_l)_{ij} = \mathbf{K}_{li} \delta_{ij} + \frac{\partial \mathbf{F}(\mathbf{a}_l(t_i))}{\partial \mathbf{a}_l(t)} \mathbf{Q}_l(\tau_i, \tau_j) \frac{\partial \mathbf{F}(\mathbf{a}_l(t_j))'}{\partial \mathbf{a}_l(t)}; \quad (3)$$

\mathbf{M}_l – квадратная матрица размерности $6m_l \times 6m_l$, элементы которой характеризуют суммарные ошибки измерений и прогноза параметров орбиты на моменты привязки $t_{l_1}, t_{l_2}, \dots, t_{l_{m_l}}$ измерений $\mathbf{x}_{l_1}, \mathbf{x}_{l_2}, \dots, \mathbf{x}_{l_{m_l}}$;

$\mathbf{Q}_l(\tau_1, \tau_2)$ – корреляционная функция ошибок прогноза вдоль трассы полёта l -ого объекта;

\mathbf{K}_l – корреляционная матрица ошибок вектора измерений \mathbf{X}_l ;

$\check{\mathbf{a}}_l$ – априорная (ранее полученная по измерениям, либо известная из других источников) оценка параметров орбиты с моментом привязки \check{t}_l ;

$\check{\mathbf{P}}_l$ – весовая матрица априорных параметров $\check{\mathbf{a}}_l$;

δ_{ij} – символ Кронекера.

Минимизация функционала (1) выполняется по всем его аргументам, т.е. по всем возможным разбиениям n измерений на k групп и параметрам орбиты в каждой группе. Таким образом, алгоритм ведения каталога в самой общей постановке сводится к весьма трудоёмкому перебору на множестве всех измерений.

²Каждый набор параметров \mathbf{a}_l содержит 6 элементов орбиты и отношение площади к массе (ОПМ).

Без каких-либо предположений задача вырождается, т.к. всегда существует тривиальное решение $k=n$, обеспечивающее абсолютный минимум Ψ , равный нулю. Естественно предположить **условие информативности измерений**, которое означает, что по каждому КО имеется не одно, а несколько измерений, причём по этим измерениям можно в принципе построить параметры его орбиты настолько точно, что в эту орбиту не будут вписываться чужие измерения. Предположение достаточно естественно, т.к. отсутствие этого условия означало бы, что достоверное распределение измерений по КО невозможно, что фактически обнуляло бы практическую ценность получаемого решения задачи.

Условие информативности может быть записано в виде:

$$\Psi(\tilde{X}, \mathbf{a}_{min}) \ll \Psi(\tilde{X}, \mathbf{x}^*, \mathbf{a}_{min}), \quad (4)$$

где

\mathbf{a}_{min} – точка минимума функционала (2), построенная только по измерениям \tilde{X} данного космического объекта;

$\Psi(\tilde{X}, \mathbf{x}^*, \mathbf{a}_{min})$ – значение функционала (2) в точке \mathbf{a}_{min} на совокупности своих измерений \tilde{X} и чужого измерения \mathbf{x}^* .

В дальнейшем будем считать, что условие информативности имеет место³. Тогда

1. минимизацию функционала (1) необходимо выполнять только по тем разбиениям χ , которые соответствуют этому предположению, что исключает возможность размножения объектов.
2. существует единственное (истинное) разбиение χ_u измерений по объектам, для которого достигается условный минимум Ψ , доминирующий над всеми остальными.

Если в некоторый момент времени искомое решение, закрепляющее измерения за космическими объектами, получено, то при поступлении новых измерений по этим объектам не требуется пересматривать ранее принятые решения о закреплении измерений и задача фактически сводится к **распределению вновь поступивших измерений по уже имеющимся космическим объектам и уточнению по этим измерениям их параметров орбит – процессу сопровождения.**

³Точнее нарушения этого условия возможны, но они локальны и кратковременны.

Если же по какому-то КО орбита, в которую не могут вписаться измерения от других объектов, существуют, но измерения этого КО ("свои" измерения) из общей совокупности измерений еще не выделены и сама орбита не построена, то мы имеем дело с ситуацией **обнаружения**. Здесь требуется из множества непривязанных измерений найти измерения этого КО и построить по ним орбиту, которая могла бы начать по КО процесс его сопровождения.

Случай сопровождения

При сопровождении относительно каждого нового измерения \mathbf{x} решение принимается независимо. Из условия минимума функционала (1) следует, что это измерение должно быть отнесено к тому объекту l^* , для которого минимально значение $\min_{(\mathbf{a}_l)} \Psi(\mathbf{X}_l, \mathbf{x}, \mathbf{a}_l)$, т.е.

$$l^* = \arg \min_l (\min_{\mathbf{a}_l} \Psi(\mathbf{X}_l, \mathbf{x}, \mathbf{a}_l)), \quad (5)$$

где \mathbf{X}_l – совокупность измерений, ранее отнесённых к l -ому объекту.

Имеет место соотношение

$$\min_{\mathbf{a}_l} \Psi_l(\mathbf{X}_l, \mathbf{x}, \mathbf{a}_l) \simeq \min_{\mathbf{a}_l} \Psi_l(\mathbf{X}_l, \mathbf{a}_l) + q_l(\mathbf{z}) \quad (6)$$

где

$\mathbf{z} = \mathbf{x} - \mathbf{f}_l(\hat{\mathbf{a}}_l)$ – невязка между измерением и его оценкой по параметрам орбиты l -ого объекта;

$\mathbf{f}_l(\mathbf{a}_l)$ – функциональная зависимость параметров измерения \mathbf{x} от параметров \mathbf{a}_l орбиты l -ого объекта;

$\hat{\mathbf{a}}_l = \arg \min_{(\mathbf{a}_l)} \Psi_l(\mathbf{X}_l, \mathbf{a}_l)$ – оценка параметров орбиты l -ого объекта по старой измерительной информации;

$q_l(\mathbf{z})$ – нормированное расстояние между измеренными и оцененными по предыдущим измерениям l -ого объекта параметрами измерения \mathbf{x} , определяемое квадратичной формой

$$q_l(\mathbf{z}) = \mathbf{z}' \left(\mathbf{K} + \left(\frac{\partial \mathbf{f}_l(\hat{\mathbf{a}}_l)}{\partial \mathbf{a}_l} \right) \mathbf{R}_l \left(\frac{\partial \mathbf{f}_l(\hat{\mathbf{a}}_l)}{\partial \mathbf{a}_l} \right)' \right)^{-1} \mathbf{z}, \quad (7)$$

где \mathbf{K} и \mathbf{R}_l – ковариационные матрицы ошибок \mathbf{x} и $\hat{\mathbf{a}}_l$, а $\frac{\partial \mathbf{f}_l(\hat{\mathbf{a}}_l)}{\partial \mathbf{a}_l}$ – матрица частных производных параметров измерения по параметрам орбиты, вычисленная в точке $\hat{\mathbf{a}}_l$.

Поэтому условие (5) эквивалентно следующему: **измерение x должно быть отнесено к объекту l^* с минимальным значением квадратичной формы $q_l(\mathbf{z})$.**

Привязанное измерение x добавляется к множеству измерений, ранее отнесённых к объекту с номером l^* , и по совокупности всех измерений этого объекта рассчитывается уточнённая орбита, обращающая в минимум функционал (2). Эта орбита участвует в процессе распределения будущих измерений по объектам вместо старой.

Описанный алгоритм построен в предположении полного априорного знания статистических характеристик ошибок измерений и прогноза. Реальная ситуация другая. В действительности статистические характеристики ошибок измерений (средние значения и СКО) неизвестны, а небольшая часть радиолокационных измерений (как правило не более 10%) содержит аномально большие значения ошибок, которые не соответствуют приписываемым им среднеквадратичным отклонениям. При этом распределение аномальных ошибок неизвестно. Известны лишь отдельные параметры этого распределения, в частности, максимальные значения аномальных ошибок. Существуют также неустранимые ошибки прогноза, которые вызваны погрешностями используемой модели плотности атмосферы и неизвестными вариациями ОПМ, вызванными отличием формы наблюдаемого космического объекта от сферической.

За счёт разноса по времени различных измерений любого объекта и наличия в этих измерениях точных и стабильных компонент суммарное количество информации, содержащееся во всех измерениях, позволяет в принципе контролировать бóльшую часть наблюдаемых объектов. Однако российская измерительная сеть не обладает информационным "запасом" и приходится использовать в обработке не только нормальные, но и аномальные измерения. Игнорирование же при этом факта наличия неопределённости в описании "обстановки" приводит к информационным потерям. Привязанные к КО "свои" аномальные измерения искажают параметры орбит. Возникает несоответствие реальных и расчётных значений их ошибок, в результате которого может произойти срыв автоматического сопровождения, требующий проведения автономных работ по его восстановлению (см. примеры, в [1] на стр.63, 78-82).

В ЦККП при реализации приведённого выше алгоритма сопровождения

в условиях статистической неопределённости ошибок измерений и прогноза были использованы минимаксный, адаптивный байесов и робастный подходы.

1. Минимаксный подход. Обеспечивает вероятность пропуска привязки своих измерений на два порядка меньшую частоты аномальных ошибок.

Алгоритм.

Пусть $\mathbf{N}=\{\mathbf{x}_n\}$ и $\mathbf{A}=\{\mathbf{x}_a\}$ – множества возможных наборов неаномальных и аномальных компонент вектора измерения \mathbf{x} , а \mathbf{x}_n и \mathbf{x}_a – элементы этих множеств – конкретные наборы неаномальных и аномальных компонент вектора измерения \mathbf{x} .

Пусть $\mathbf{L}=\{l\}$ – множество объектов, для которых невязки z_i с параметрами x_i измерения \mathbf{x} допустимы, т.е.

$$|z_i| \leq k \sqrt{\sigma_{x_i}^2 + \sigma_{x_{i|l}}^2} + \delta x_{i,max}, \quad i = 1, 2, \dots, 6, \quad (8)$$

где

σ_{x_i} и $\sigma_{x_{i|l}}$ – среднеквадратичные отклонения неаномальных ошибок определения измеренных и рассчитанных по параметрам l -ого объекта параметров измерения \mathbf{x} ;

$\delta x_{i,max}$ – максимальные значения возможных аномальных составляющих ошибок в измерении \mathbf{x} ;

k – константа, определяемая допустимой вероятностью пропуска.

Тогда измерение \mathbf{x} считается непривязанным, если

$$\min_{l \in \mathbf{L}} \min_{\mathbf{x}_n \in \mathbf{N}} q_l(\mathbf{x}_n - \mathbf{x}_{n|l}) > c(\alpha, n^*), \quad (9)$$

где

$\mathbf{x}_{n|l}$ – оценка вектора неаномальных компонент \mathbf{x}_n по параметрам l -ого объекта;

$c(\alpha, k_n)$ – порог, зависящий от заданной ошибки пропуска привязки α и размерности k_n вектора неаномальных компонент, при котором достигается первый минимум в (9).

В противном случае измерение \mathbf{x} привязывается к объекту l^* , для которого

$$l^* = \arg \min_{l \in L} \max_{\mathbf{x}_n \in N} q_l(\mathbf{x}_n - \mathbf{x}_{n|l}). \quad (10)$$

Этот алгоритм при заданной модели аномальных ошибок (возможные наборы аномальных компонент $\mathbf{A} = \{\mathbf{x}_a\}$ и максимальные значения аномальных ошибок $\delta x_{i,max}$ по каждой компоненте) обеспечивает ошибку пропуска привязки, соответствующую частоте аномальных ошибок, не вписывающихся в принятую модель. В настоящее время в ЦККП принята модель реальных ошибок радиолокационных измерений, которой соответствует не менее 99.9% всех реальных измерений⁴. Таким образом, ошибка α пропуска привязки измерений к сопровождаемым объектам каталога менее 0.001.

2. Адаптивный байесов подход. Обеспечивает оценку неизвестных параметров распределений ошибок измерений и прогноза.

Алгоритм.

Неизвестные параметры \mathbf{b} ошибок измерений и прогноза оцениваются одновременно с параметрами $\mathbf{a} = (\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \dots, \mathbf{a}_k)$ орбит k наблюдаемых космических объектов путём минимизации по параметрам \mathbf{a} и \mathbf{b} функционала вида

$$\Psi(\mathbf{X}, \mathbf{a}, \mathbf{b}) = \sum_{l=1}^k \Psi_l(\mathbf{a}_l), \quad (11)$$

где

\mathbf{X} – совокупность всех измерений по всем сопровождаемым объектам;

$\Psi_l(\mathbf{a}_l)$ – функционал (2) максимального правдоподобия, построенный на измерениях l -ого объекта, веса измерений в котором учитывают кроме ошибок измерений неустранимые ошибки прогноза.

Для решения этой задачи использован динамический вариант простого релаксационного метода минимизации нелинейных функционалов, в кото-

⁴Конкретная модель описана в [1], а её параметры настроены по реальным измерениям. Такая настройка проводится регулярно уже более 20 лет. Последний раз проводилась в 2007-2008 годах, когда проходили испытания нового аппаратного и программно-алгоритмического комплекса.

ром итерации минимизации по различным параметрам заменены итерациями по времени, а именно

$$\hat{\mathbf{a}}^{(n)} = \arg \min_{\mathbf{a}} \Psi(\mathbf{X}_0, \mathbf{X}_1, \dots, \mathbf{X}_n, \mathbf{a}, \hat{\mathbf{b}}_{n-1}) \quad (12)$$

$$\hat{\mathbf{b}}_n = \arg \min_{\mathbf{b}} \Psi(\mathbf{X}_0, \mathbf{X}_1, \dots, \mathbf{X}_n, \hat{\mathbf{a}}^{(n)}, \mathbf{b}), \quad (13)$$

где

\mathbf{X}_n - совокупность измерений, полученных за интервал времени τ_n ;

$\tau_0, \tau_1, \dots, \tau_n, \dots$ - последовательные непересекающиеся временные интервалы.

Обработка во времени производится рекуррентным образом. В наиболее трудоёмкой части (12), где для каждого КО требуется нахождение минимума нелинейного функционала (2), происходит независимая обработка измерений различных объектов с использованием полученной ранее оценки $\hat{\mathbf{b}}_{n-1}$ вектора параметров \mathbf{b} . Совместная обработка измерений различных объектов выполняется в значительно более простом алгоритме, основанном на (13), где точка минимума функционала (оценка параметров \mathbf{b}) может быть записана в явном виде. Рассчитанные таким образом оценки $\hat{\mathbf{b}}_n$ параметров \mathbf{b} используются на следующем шаге при обработке новой порции измерений \mathbf{X}_{n+1} .

Вектор \mathbf{b} "мешающих" параметров имеет вид:

$$\mathbf{b} = (\mathbf{m}, \vec{\sigma}, \vec{\alpha}), \quad (14)$$

где

$\mathbf{m} = (\mathbf{m}_1, \mathbf{m}_2, \dots, \mathbf{m}_p)$, $\vec{\sigma} = (\vec{\sigma}_1, \vec{\sigma}_2, \dots, \vec{\sigma}_p)$ - смещения и СКО ошибок измерений различных измерительных пунктов, p - число этих пунктов;

$\vec{\alpha} = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_q)$ - СКО относительных ошибок определения ОПМ для объектов с существенным атмосферным торможением, q - число этих объектов.

Параметр α любого атмосферного объекта входит в веса измерений функционала (2) и его оценка выполняется одновременно с оценкой параметров орбиты \mathbf{a} . Для каждого КО итерационным способом подбирается значение α , обеспечивающее наилучшее соответствие реальных и расчётных ошибок прогноза на интервале измерений, используемых для оценки параметров \mathbf{a} .

3. Робастный подход. Обеспечивает подавление влияния больших аномальных ошибок.

Алгоритм.

Компоненты новых (только что привязанных и ещё не участвовавших в уточнении параметров орбиты) измерений с очень большими ошибками способны существенно исказить орбиту при минимизации и тем самым затруднить процесс селекции. Поэтому они селективируются перед минимизацией функционала $\Psi(\mathbf{a})$ путём сравнения с большим порогом (≈ 100) квадратов нормированных невязок, получающихся при привязке измерений (невязки до минимизации $\Psi(\mathbf{a})$ или входные невязки). Это грубая селекция.

Последующее более точное выделение аномальных компонент измерений производится с помощью многопроходовой минимизации $\Psi(\mathbf{a})$ с отбором на каждом проходе аномальных компонент всех измерений по нормированным невязкам их измеренных и оценочных значений. Здесь уже используются невязки после минимизации $\Psi(\mathbf{a})$ или выходные невязки.

На первом проходе минимизации все старые (принимавшие ранее участие в уточнении орбиты) измерения используются с весами, полученными при предыдущем уточнении орбиты, т.е. обнуляются веса тех компонент этих измерений, которые при последнем уточнении были признаны аномальными. Обнуляются также веса тех компонент новых измерений, которые не прошли указанную выше грубую селекцию перед минимизацией. Остальные компоненты новых измерений участвуют в первом проходе минимизации со своими весами, рассчитанными в предположении их неаномальности.

Перед каждым следующим проходом все компоненты всех измерений (как старых, так и новых) проверяются на аномальность путём сравнения с малым порогом (≈ 10) квадрата нормированной невязки (соответствующего слагаемого в $\Phi(\mathbf{a})$) в точке минимума, полученного на предыдущем проходе. Веса обнаруженных при этом аномальных компонент обнуляются, а ранее ошибочно исключённые неаномальные компоненты измерений вновь вводятся в обработку путём восстановления веса.

Если в результате очередной минимизации выясняется, что все веса выбраны правильно, проходы заканчиваются.

Описанный алгоритм является весьма трудоёмким. Решающим моментом при его выборе явилось то, что, как показало проведённое исследование [3], эффективность этого метода оказалась выше, чем у других робастных процедур.

Случай обнаружения

Рассмотрим теперь случай, когда условие информативности выполняется, но орбиты объектов, обеспечивающие правильную привязку измерений, отсутствует. Эта так называемая ситуация обнаружения, которая возникает при длительных перерывах в поступающей измерительной информации либо при появлении в космосе новых наблюдаемых объектов.

Теоретический алгоритм, описанный выше при постановке задачи, реализованный в реальном времени, в этом случае ищет наилучшее распределение измерений по объектам полным перебором на множестве непривязанных измерений $\mathbf{M}_{\text{ни}}$. Но для построения орбиты, способной правильно селективировать свои измерения, не обязательно использовать всю измерительную информацию объекта. Иногда по части (группе) измерений этого объекта уже можно построить орбиту достаточной для этой цели точности. Группы измерений, обладающие этим свойством, называются полными. Интерес представляют полные группы размера $m_{l1} \ll m_l$, где m_l число измерений по l -ому КО ($l=1,2,\dots,k$) в $\mathbf{M}_{\text{ни}}$. Если таковые существуют, при поиске наилучшего распределения измерений по объектам глубина перебора при поиске минимума функционала (1) для l -ого объекта не превосходит m_{l1} , что существенно сокращает объём вычислений при небольших значениях m_{l1} .

Особенности ошибок реальных измерений дают возможность определить минимальный размер полной группы.

Рассмотрим случай радиолокационных измерений. Под измерением здесь понимается шестимерный вектор координат и скоростей в местной радиолокационной системе координат (дальность, азимут, угол места), являющийся результатом "сглаживания" единичных замеров⁵ радиолокационных координат⁶ на интервале времени одного прохода КО через зону действия радара (как правило не более 50-100с).

⁵ полученных в результате одного зондирования

⁶ и иногда радиальной скорости

Характерной особенностью этих измерений является неравноточность отдельных радиолокационных параметров. Чаще всего в измерении имеются только три параметра, обладающие достаточной точностью для селекции чужих измерений. Для измерений радаров непрерывного излучения ими являются радиолокационные координаты дальность D , азимут ε и угла места γ , для радаров импульсного типа - азимут ε , угла места γ и радиальная скорость \dot{D} . Поэтому одно измерение не может образовать полной группы⁷.

Два измерения, разнесённые на виток и более, как правило позволяют определить недостающие три параметра с точностью, достаточной для качественной селекции других измерений. Однако часто невозможно утверждать, что два измерения с вероятностью, близкой к 1, принадлежат одному объекту. После многоэлементного запуска либо разрушения такая ситуация является типичной. Два измерения по различным фрагментам с большими ошибками по скоростным составляющим могут очень хорошо вписываться в одну орбиту. Поэтому два измерения часто не образуют полной группы.

Три измерения на различных витках имеют гораздо больше шансов образовать полную группу, т.к. связать три измерения на разных витках, принадлежащие разным объектам, в одну орбиту значительно труднее, чем два. Так, например, объединить в одну орбиту три измерения, из которых два крайних (по времени привязки) принадлежат одному объекту, а среднее - другому, маловероятно, т.к. ошибка определения положения объекта на момент среднего измерения, рассчитанного по орбите из крайних, при наблюдениях на близких аргументах широты имеет порядок ошибки определения положения на момент крайнего измерения.

Конечно нельзя утверждать, что три измерения, принадлежащие различным объектам, невозможно связать в одну орбиту. Проведённое моделирование [4] показало, что если крайние измерения принадлежат различным фрагментам разрушения, они часто соединяются в одну орбиту и в неё может случайно вписаться измерение от какого-то третьего фрагмента. Однако такая ситуация реальна лишь на начальном этапе разрушения, когда часть наблюдаемых фрагментов ещё не разошлась и летит в одной

⁷Если бы одно измерение уже представляло полную группу, случая обнаружения как такового не существовало, т.к. это измерение уже начинало бы процесс сопровождения.

”трубке”. В дальнейшем вероятность данного события уже становится малой.

Кроме того при больших временных интервалах между измерениями тройки иногда невозможно точно определить число витков между ними, что приводит к невозможности построения достаточно точной орбиты. Однако, как показано в [1], это событие наступает достаточно редко.

Итак, минимально возможный размер полной группы для радиолокационных измерений равен трём. Поэтому в алгоритме обнаружения ищутся три измерения на различных витках, для которых существует вписывающаяся орбита. Если такая тройка найдена и орбита, вписывающаяся измерения, построена, алгоритм привязки к данному объекту других непривязанных измерений сводится к описанному выше при сопровождении.

Рассмотрим теперь случай оптических измерений. Под измерением здесь понимается совокупность засечек угловых координат объекта (прямое восхождение и склонение), полученная в течение одной ночи на временном интервале не менее 3-5% от величины периода обращения КО на орбите.

Характерные особенности этих измерений такие:

1. По одному измерению оптического средства практически всегда достаточно точно определяются четыре параметра орбиты из шести. Ими являются прямое восхождение, склонение и скорости их изменения.
2. По двум измерениям одного объекта в различные ночи при однозначном определении числа витков между ними получается орбита, способная правильно селективировать будущие измерения.
3. Два измерения от разных объектов как правило нельзя вписать в одну орбиту.

Таким образом, в отличие от радиолокационных измерений, уже два оптических измерения, полученные на разных ночах, образуют полную группу. Поэтому в алгоритме обнаружения по непривязанным оптическим измерениям делается следующее: перебором всевозможных пар ищется вписывающаяся в орбиту пара измерений, после чего алгоритмом, используемым при сопровождении, осуществляется привязка к этой паре других непривязанных измерений.

В обзорах геостационарной области, которые делают современные оптические средства, измерения выполняются на временном интервале 5-15 минут, что для высокоорбитальных КО может быть существенно меньше 3-5% от периода обращения КО на орбите. В этих случаях при обнаружении необходимо поступать так же, как и для радиолокационных измерений, т.е. первоначальное определение орбиты проводить по трём измерениям, полученным на различных орбитальных витках.

Взаимодействие процессов обнаружения и сопровождения

Ситуация, когда условие информативности выполняется, на практике является типичной, но не постоянной. В действительности на отдельных временных интервалах в некоторых областях пространства параметров условие информативности нарушается. Причинами могут быть сближения разных объектов, перерывы в поступлении измерительной информации, появление в космосе новых объектов. В этих ситуациях при работе алгоритма сопровождения к объекту может быть привязано "чужое" измерение либо пропущена привязка "своего", Рассмотрим отдельно оба случая.

1. Чужие измерения селектируются в процессе расчёта уточнённой орбиты с помощью описанного выше робастного подхода. При этом чужим считается измерение, невязки которого с построенной орбитой не вписываются в принятую модель нормальных и аномальных ошибок. Если чужих измерений у объекта немного (не более 10-20%), селекция часто бывает успешной. При этом эффективная селекция чужого измерения происходит не сразу после его прихода, а с некоторым запаздыванием по времени после прихода других своих измерений.

Каждое выделенное чужое измерение направляется на повторную привязку со всеми сопровождаемыми объектами каталога, кроме тех, от которых оно уже отсеleccionировано (сейчас либо ранее). Такое измерение иногда⁸ совершает достаточно сложный путь, прежде чем останется у какого-то объекта, либо окажется непривязанным.

При значительной доле чужих измерений достоверная селекция своих измерений по объекту может быть невозможной. В этом случае возникает

⁸на начальном этапе обнаружения фрагментов многоэлементного запуска или разрушения, а также при сближениях объектов

срыв сопровождения КО и объект выводится из этого процесса. Это означает, что к нему запрещается привязка измерений, а все ранее привязанные измерения направляются на привязку с другими объектами. Часть этих измерений может быть в процессе сопровождения привязана к другим объектам, часть - не привязывается и попадает на обнаружение. Срыв сопровождения КО фиксируется также при длительном отсутствии измерений.

2. Если к объекту не привязываются свои измерения, например, при срыве его сопровождения, его измерения попадают в непривязанные и вместе с другими непривязанными измерениями участвуют в процессе обнаружения.

Привязка измерений к сорвавшемуся с сопровождения объекту в будущем возможна только через алгоритм обнаружения. Это происходит так. Измерения от сорвавшегося с сопровождения объекта, попавшие на обнаружение, входят в некоторую первоначально определённую орбиту, которая отождествляется с этим объектом. После этого орбита сорвавшегося с сопровождения объекта обновляется, объект вводится в процесс сопровождения и начинает получать измерения.

Алгоритм отождествления орбит основан на анализе невязок по всем параметрам орбиты. При расчёте невязок осуществляется прогноз параметров орбиты всех каталогизированных объектов (как сопровождаемых так и несопровождаемых) на момент привязки обнаруженной орбиты.

Вычислительные процедуры, используемые при поддержании каталога

При поддержании каталога используются различные вычислительные процедуры, оформленные как стандартные в соответствующей библиотеке. Основные из них могут быть объединены в три группы:

1. Пересчёты параметров.
2. Пересчёты времени.
3. Прогноз параметров орбиты.

Остановимся на каждой из них отдельно.

1. Алгоритмы пересчёта осуществляют пересчет параметров в различные системы координат и элементы орбиты. Основной системой коор-

динат, в которой проходят баллистические расчёты при поддержании каталога, является правая квазиинерциальная система МЕТЕ (среднее равноденствие, истинный Экватор). Начало этой системы в Центре Земли. Ось z направлена по мгновенной оси вращения Земли. Ось x - в среднюю точку весеннего равноденствия. Основными элементами орбиты являются элементы Лагранжа λ, L, p, q, h, k , связанные с общеизвестными кеплеровскими элементами - большая полуось a , наклонение i , долгота восходящего узла Ω , эксцентриситет e , аргумент перигея ω и средняя аномалия M - соотношениями

$$\begin{aligned} \lambda &= M + \Omega + \omega & L &= \sqrt{\mu a} & p &= \sin \frac{i}{2} \cos \Omega & (15) \\ q &= \sin \frac{i}{2} \sin \Omega & h &= e \sin (\Omega + \omega) & k &= e \cos (\Omega + \omega) \end{aligned}$$

2. Алгоритмы пересчёта времени осуществляют пересчёт времени в различные системы отсчёта. Системой, в которой проводится определение орбиты по измерениям при поддержании каталога в ЦККП, является система UT1, начало отсчёта которой берётся в 0 часов 31 декабря 1957 года.

3. Прогноз движения или расчёт элементов орбит объектов в любой заданный момент времени по известным их значениям в некоторый фиксированный момент является основной вычислительной операцией всего алгоритма ведения каталога. Временные и точностные характеристики алгоритма прогнозирования определяют возможность реализации общего алгоритма и его характеристики. Методические ошибки прогноза не должны превышать максимума двух величин: ошибок измерений и потенциально достижимых реальных ошибок прогноза, вызванных неточностью знания основных возмущающих факторов. Время счёта должно быть приемлемым. Трудно создать единый алгоритм, удовлетворяющий указанным требованиям во всех возможных случаях. Поэтому в ЦККП в различных ситуациях используются различные алгоритмы прогноза.

Прогнозирование движения объектов со слабым атмосферным торможением осуществляется **аналитическим алгоритмом** [5]. Аналитический алгоритм используется для прогнозирования движения низкоорбитальных КО на околокруговых орбитах с малым влиянием атмосферы:

$e < 0.1$, $|\Delta T| < 0.01$ с/виток, $T < 0.09$ суток (около 130 минут, что соответствует средней высоте над поверхностью Земли порядка 3500 км), где e – эксцентриситет орбиты, T – период обращения КО на орбите, ΔT – падение периода за виток. Космических объектов искусственного происхождения, находящихся на орбитах ИСЗ с вышеуказанными параметрами на конец 2009 года около 11300 ($\approx 75\%$). При прогнозировании учитываются все значимые зональные и тессеральные гармоники геопотенциала до 8 включительно (поле 8×8) и статическая модель атмосферы с параметрами, зависящими от солнечной активности согласно модели атмосферы ГОСТ Р 25645.166-2004. Формульные соотношения получены методом Брауэра. При этом периодические возмущения от зональных гармоник определяются с ошибкой $\approx c_{20}^3$, вековые – с ошибкой $\approx c_{20}^3 t_{np}$, возмущения от тессеральных гармоник – с ошибкой $\approx e^2$, где c_{20} – вторая зональная гармоника геопотенциала, t_{np} – интервал прогноза. В качестве независимой переменной использовано время. Алгоритм записан в компактной рекуррентной форме, не имеющей особенностей при малых эксцентриситетах. В окрестности критического наклона ($i \approx 62.3^\circ$) периодические возмущения аппроксимированы вековыми. Введён режим продолжения счёта, осуществляющий экономию времени в 2 раза за счёт однократного вычисления, запоминания и последующего использования коэффициентов вековых и долгопериодических возмущений при прогнозе одних и тех же элементов на разные времена.

Численно-аналитический алгоритм используется для прогноза движения КО в геостационарной области [6]. Под геостационарной (ГС) понимается область орбит со следующими параметрами: $e < 0.2$, 0.7 суток $< T < 1.3$ суток, $i < 30^\circ$, где i – наклонение плоскости орбиты к плоскости экватора Земли. Каталогизированных КО на орбитах с указанными параметрами по состоянию на конец 2009 года около 1200 ($\approx 8\%$). Кроме факторов, учитываемых в аналитическом алгоритме, в этом алгоритме дополнительно учитываются гравитационные возмущения от Луны и Солнца и давление прямого светового излучения. Существуют режимы продолжения счёта, аналогичные имеющимся в аналитическом алгоритме, которые дают весьма существенную экономию времени счёта (почти на порядок).

Для КО, не принадлежащих ГС области, при выполнении хотя бы од-

ного из трёх условий: $e > 0.1$, $T > 0.09$ суток, $|\Delta T| > 0.01$ с/виток, используется **численный алгоритм** [7]. В настоящее время в этом прогнозе учитывается поле Земли 8×8 , гравитационное поле Луны и Солнца в модели DE-405, атмосфера в соответствии с ГОСТ Р 25645.166-2004, давление прямого светового излучения, а пересчёты времени и координат производятся с методической погрешностью не более 1 м. Каталогизированных КО на указанных выше орбитах по состоянию на конец 2009 года около 2500 ($\approx 17\%$). Алгоритм прогноза основан на методе Рунге-Кутты 8-го порядка.

Прогноз движения КО используется также при расчёте времени прекращения его баллистического существования при входе в плотные слои атмосферы. Здесь приходится прогнозировать на временные интервалы до нескольких лет. Для повышения точности такого прогноза используется робастный алгоритм, основанный на аппроксимации каждого из параметров орбит, хранящихся в архиве уточнённых орбит, отрезками ряда Фурье-Тейлора. Этот прогноз реализован пока только для одного из семи параметров орбиты - отношения площади к массе [3].

Эффективность используемых методов

Реализация описанного выше алгоритма проходила в 70-80 годах прошлого века. Алгоритм постоянно совершенствовался (и продолжает совершенствоваться) и очередная его модификация появилась в 2007 году на новом вычислительном комплексе КВС-4, заменившем устаревший комплекс 15Л6-02, использовавший ЭВМ Эльбрус-2.

Детальный анализ эффективности используемых методов во временной последовательности их реализации в ЦККП содержится в работе [1]. В [1] было показано их весьма ощутимое преимущество перед теми, которые существовали в ЦККП в конце 60-х - начале 70-х годов. Сейчас этот анализ представляет в основном исторический интерес и здесь воспроизводиться не будет.

Что же является основной особенностью алгоритма поддержания каталога в ЦККП, отличающей его от предшествующего? Ответ на это вопрос очень простой: в этом алгоритме **учитывается достаточно точная модель реальных ошибок радиолокационных измерений**. Как следствие этого обстоятельства рекуррентный метод определения орбиты

по измерениям (уточнённая орбита определяется как функция предыдущей уточнённой орбиты и текущего измерения), разработанный и реализованный предшественниками "Вымпела", был заменён на совместный (при расчёте уточнённой орбиты используются все достаточно информативные измерения), т.к. при рекуррентном способе расчёта уточнённой орбиты учёт реальной модели ошибок возможен, но малоэффективен. Как следствие этого же обстоятельства в существующем алгоритме были использованы три подхода: **минимаксный** при принятии решения о привязке измерений к объектам каталога, **адаптивный байесов** для корректного учёта нормальной составляющей ошибок измерений и **робастный** для подавления влияния аномальных ошибок.

Насколько эффективным оказался каждый из них ?

1. Если бы при привязке измерений к объектам каталога не использовалась модель реальных ошибок, а считалось (как это делали предшественники "Вымпела"), что ошибки измерений соответствуют присылаемой в измерений корреляционной матрице ошибок, то непривязанных измерений было бы в несколько десятков раз больше. Это привело бы к следующим эффектам:

1. Контроль и сопровождение многих малоинформативных объектов (по оценке не менее 1000) был бы не возможен, т.к. по этим КО доля аномальных измерений достигает 50%, что существенно больше их средней доли по всем КО.
2. Непривязанных измерений, поступающих на обнаружение, было бы в несколько десятков раз больше. Это привело бы к росту времени счёта существующей программы обнаружения на 2-3 порядка, что недопустимо, т.к. сейчас эта программа на КВС-4 работает не менее 1 часа в сутки. Отметим, что сокращением времени счёта программы обнаружения "Вымпел" занимался очень много и в настоящее время резервов дальнейшего существенного уменьшения этого показателя на том же ВК без существенных потерь в качестве принимаемых решений и существенных программных доработок уже нет. Но даже если бы мы имели компьютер на 2 порядка быстрее имеющегося, то существующая программа обнаружения скорее всего совсем не обнаруживала бы малоинформативные КО и сильно затягивала процесс обнаружения ин-

формативных (например, при запуске), т.к. аномальные измерения по сопровождаемым КО, которых в настоящее время в десятки раз больше непривязанных, создавали бы большую помеху этому процессу.

2. Предположим, что при сопровождении не применяется адаптивный байесов подход, т.е. считается, что систематические ошибки в измерениях отсутствуют, а СКО случайных составляющих неаномальных ошибок соответствуют паспортным данным. Проиллюстрируем возникающие при этом эффекты на примере столкновения КА Космос-2251 и Иридий-33, которое произошло 10 февраля 2009 года в 16 часов 56 минут 00 секунд всемирного времени над территорией России.

В приводимых ниже таблицах 1, 2, 3 даются параметры орбит столкнувшихся КА на момент последнего радарного измерения, полученного перед столкновением⁹, характеристики наблюдаемости и ошибок измерений¹⁰, характеристики столкновения¹¹.

Таблица 1 ПАРАМЕТРЫ ОРБИТ СТОЛКНУВШИХСЯ КА

Наименование	Дата (d m y)	Время (h m s)	i (°)	Ω (°)	h_a (km)	h_p (km)	ОПМ (m^2/kg)
Иридий-33	10.02.2009	16.46.56	86.4	121.3	796	756	0.016
Космос-2251	10.02.2009	16.46.45	74.0	17.3	794	767	0.001

Таблица 2 НАБЛЮДАЕМОСТЬ И ОШИБКИ ИЗМЕРЕНИЙ

Наименование	d (m)	n_{rad}	n_{rev}	n_{obz}	P_{an}	$P_{an,d}$	$P_{an,\varepsilon}$	$P_{an,\gamma}$	$P_{an,d}$	$P_{an,\varepsilon}$	$P_{an,\dot{\gamma}}$ (%)
Иридий-33	2.6	9	12	42	20.0	0.3	2.5	5.0	2.5	4.0	16.0
Космос-2251	1.7	9	10	18	18.6	0.1	2.5	4.0	2.7	3.9	10.0

Таблица 3 ХАРАКТЕРИСТИКИ СТОЛКНОВЕНИЯ

Дата (d.m.y)	Время (h.m.s)	λ_{col} (°)	φ_{col} (°)	h_{col} (km)	v_{rel} (km/sec)	α_c (°)	β_c (°)
10.02.2009	16.56.00	97.9	72.5	789	11.65	102.5	0.035

⁹Наклонение i , долгота восходящего узла Ω , высоты в апогее h_a и перигее h_p , согласованное с измерениями ОПМ.

¹⁰Средний размер d , число различных наблюдавших радаров n_{rad} , среднее за сутки число контролируемых витков n_{rev} и измерений n_{obz} , проценты $P_{an,d}, P_{an,\varepsilon}, P_{an,\gamma}, P_{an,d}, P_{an,\varepsilon}, P_{an,\dot{\gamma}}$ аномальных измерений по отдельным параметрам измерений (дальность d , азимут ε , угол места γ , радиальная скорость \dot{d} , азимутальная скорость $\dot{\varepsilon}$, угловая скорость $\dot{\gamma}$ и хотя бы по одному из них P_{an}).

¹¹Дата и время столкновения, долгота λ_{col} и широта φ_{col} подспутниковой точки в момент столкновения, высота h_{col} над поверхностью Земли в момент столкновения, модуль относительной скорости v_{rel} , угол α_c между векторами \mathbf{v}_1 и \mathbf{v}_2 скорости объектов в момент столкновения, угол места β_c направления приближения Космос-2251 к Иридий-33 в орбитальной системе координат Иридий-33.

Как видно из этих таблиц, оба объекта находятся в условиях, наиболее благоприятных для сопровождения. Они относятся к числу наиболее информативных. Орбиты практически круговые. Влияние атмосферного торможения и светового давления мало. Используемые в Центре Контроля при сопровождении этих КО алгоритмы прогнозирования движения обладают наименьшими методическими и реальными ошибками. Поэтому являющийся уникальным эталоном факт столкновения КА Космос-2251 и Иридиум-33 представляет ценнейшую информацию для анализа эффективности методов обработки информации, используемых в ЦККП, в частности, адаптивного байесового и робастного подходов.

Процесс автоматического сопровождения происходит в реальном времени. В Центр Контроля поступают радарные измерения. По этим измерениям на каждом информационном витке получается орбита, привязанная к моменту самого "свежего" измерения. При построении орбиты берутся все имеющиеся к текущему моменту радиолокационные измерения на определённом временном интервале, зависящем от объекта (в данном случае 10 суток). Орбита рассчитывается в соответствии с (2).

Все орбиты и все измерения сохранились в архиве и после столкновения были оттуда извлечены. По каждой орбите с моментами привязки в интервале $(t_{coll}-10, t_{coll})$ был рассчитан вектор $\delta \mathbf{r} = (\delta r, \delta n, \delta b)$ расстояния между объектами в момент столкновения t_{coll} в орбитальной системе координат r, n, b и СКО их ошибок $\sigma_{\delta r}, \sigma_{\delta n}, \sigma_{\delta b}$. Известно, что в момент t_{coll} $\delta r = \delta n = \delta b = 0$. Поэтому величины $\delta r, \delta n, \delta b$ суть реальные значения ошибок определения относительного положения двух объектов в момент их столкновения, а $\sigma_{\delta r}, \sigma_{\delta n}, \sigma_{\delta b}$ – их расчётные значения.

При определении реальных ошибок $\delta \mathbf{r}$ используются стандартные процедуры прогноза, а расчётные ошибки $\sigma_{\delta r}, \sigma_{\delta n}, \sigma_{\delta b}$ вычисляются следующим образом:

1. Рассчитывается ковариационная матрица $\mathbf{K}_{\mathbf{a}(t)}$ размерности 7×7 ошибок оценки $\mathbf{a}(t)$ параметров уточнённой орбиты в момент t ,

$$\mathbf{K}_{\mathbf{a}(t)} = (\mathbf{E}' \cdot \mathbf{K}_{\mathbf{x}}^{-1} \cdot \mathbf{E})^{-1} \quad \mathbf{E} = \frac{\partial \mathbf{x}(\mathbf{a}(t))}{\partial \mathbf{a}(t)} \quad (16)$$

где

$\mathbf{x}(\mathbf{a})$ – функциональная зависимость параметров измерений, участвовав-

ших в получении $\mathbf{a}(t)$, относительно параметров орбиты;

\mathbf{E} – матрица частных производных функции $\mathbf{x}(\mathbf{a})$;

\mathbf{K}_x – корреляционная матрица ошибок измерений, диагональные элементы которой суть результат применения описанных выше адаптивных и робастных процедур.

В рассчитанной по (16) матрице $\mathbf{K}_{\mathbf{a}(t)} = \{r_{ij}\sigma_i\sigma_j\}$ $i, j=1, 2, \dots, 7$ СКО ошибок σ ограничиваются снизу некоторыми константами, значения которых определяются ошибками используемого при определении орбиты по измерениям алгоритма прогнозирования движения космического объекта. Эти ошибки для каждого из 7-ми параметров орбиты по любому объекту получаются из архива его орбит. Наиболее просто их получить для ОПМ, т.к. во всех алгоритмах прогнозирования, используемых в настоящее время при поддержании каталога в СККП России, считается, что ОПМ при прогнозе не меняется. Так, например ограничивающие константы для СКО ошибки ОПМ Космос-2251 и Иридиум-33 равны соответственно $0.004 m^2/kg$ и $0.001 m^2/kg$, что видно из рис. 1 и 2, на которых показано их изменение на достаточно большом временном интервале¹².

2. Матрица $\mathbf{K}_{\mathbf{a}(t)}$ прогнозируется на момент $t_{pr}=t_{coll}$ по формуле

$$\mathbf{K}_{\mathbf{a}(t_{pr})} = \mathbf{H} \cdot \mathbf{K}_{\mathbf{a}(t)} \cdot \mathbf{H}' \quad \mathbf{H} = \frac{\partial \mathbf{a}(t_{pr})}{\partial \mathbf{a}(t)} \quad (17)$$

где \mathbf{H} – матрица частных производных функциональной зависимости $\mathbf{a}(t_{pr})$ относительно $\mathbf{a}(t)$, определяющей применяемую модель движения объекта.

3. Матрица $\mathbf{K}_{\mathbf{a}(t_{pr})}$ пересчитывается в необходимую систему параметров \mathbf{b} (в данном случае орбитальную систему координат КА Иридиум-33) по формуле

$$\mathbf{K}_{\mathbf{b}} = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{K}_{\mathbf{a}} \cdot \mathbf{Q}' \quad \mathbf{Q} = \frac{\partial \mathbf{b}}{\partial \mathbf{a}} \quad (18)$$

где \mathbf{Q} – матрица частных производных функциональной зависимости $\mathbf{b}(\mathbf{a})$.

¹²для Космос-2251 изменение ОПМ показано на месячном временном интервале, а для Иридиум-33 на интервале без заметных коррекций орбиты (16 суток)

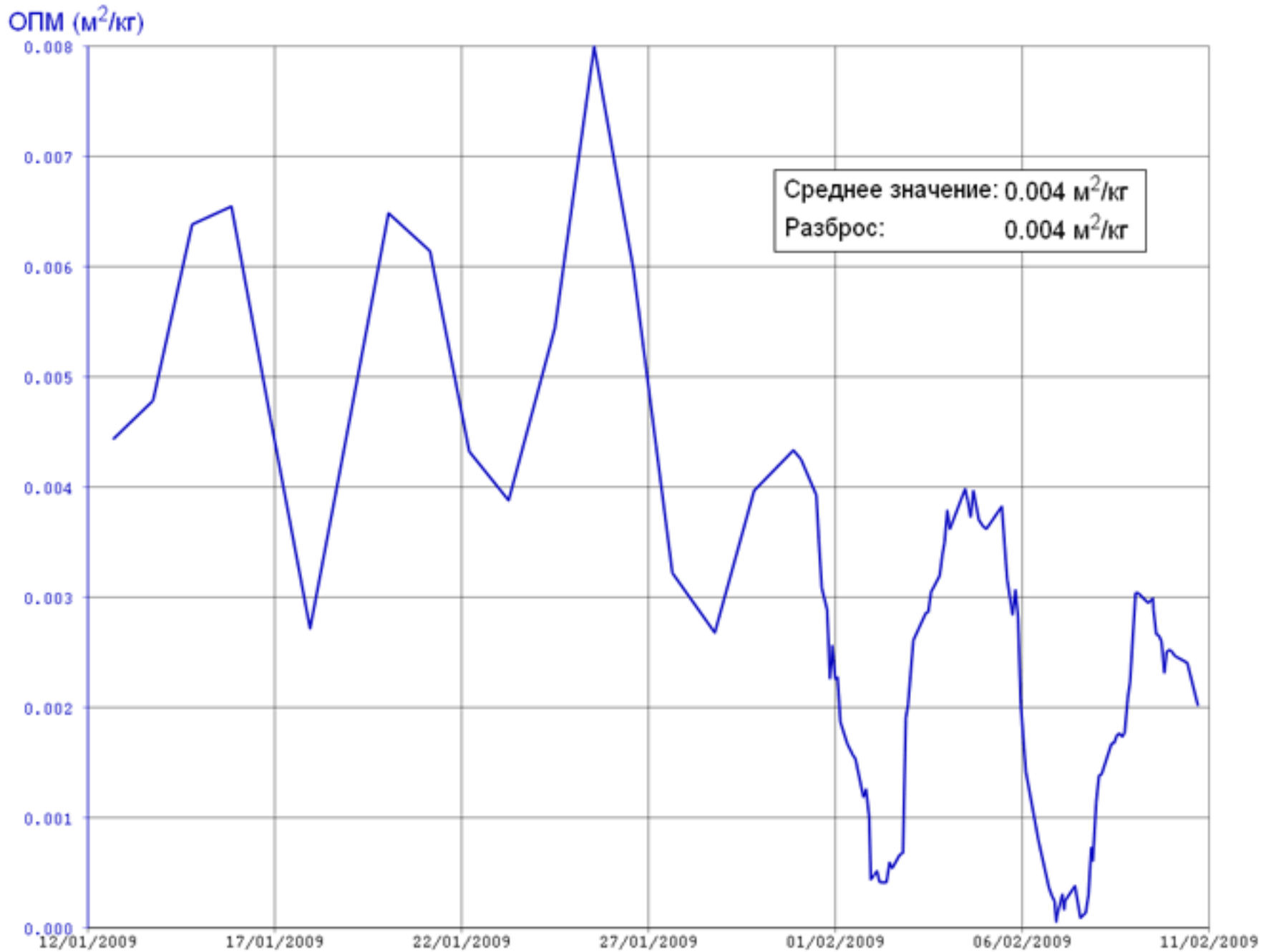


Рис 1. Зависимость согласованного с измерениями ОПМ от времени для КА Космос-2251

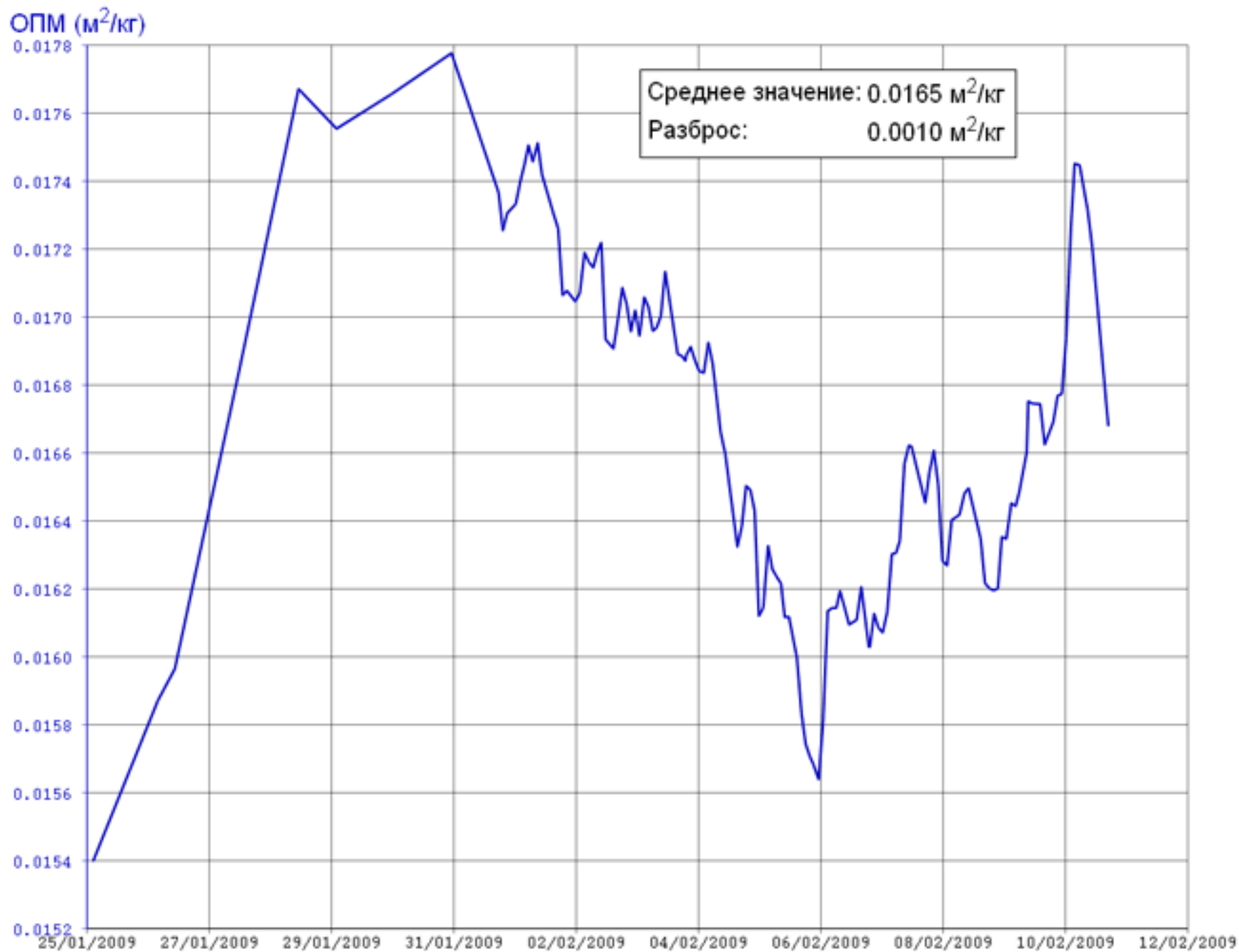


Рис. 2 Зависимость согласованного с измерениями ОПМ от времени для КА Иридиум-33

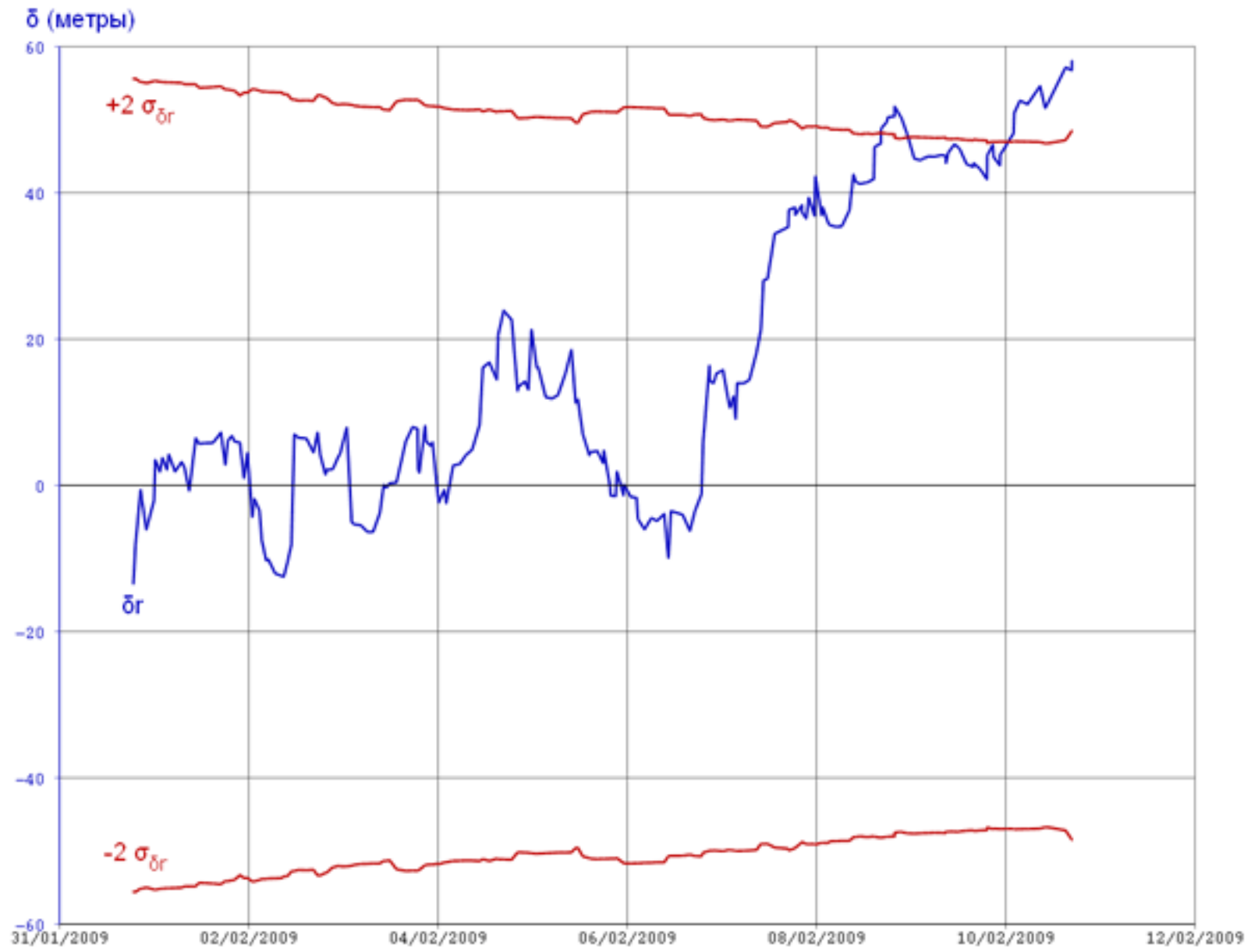


Рис.3 Реальные и расчетные (2σ) ошибки определения относительного положения КА-Космос-2251 и Иридиум-3 в момент их столкновения по δr (численный прогноз, поле 8x8)

δ (метры)

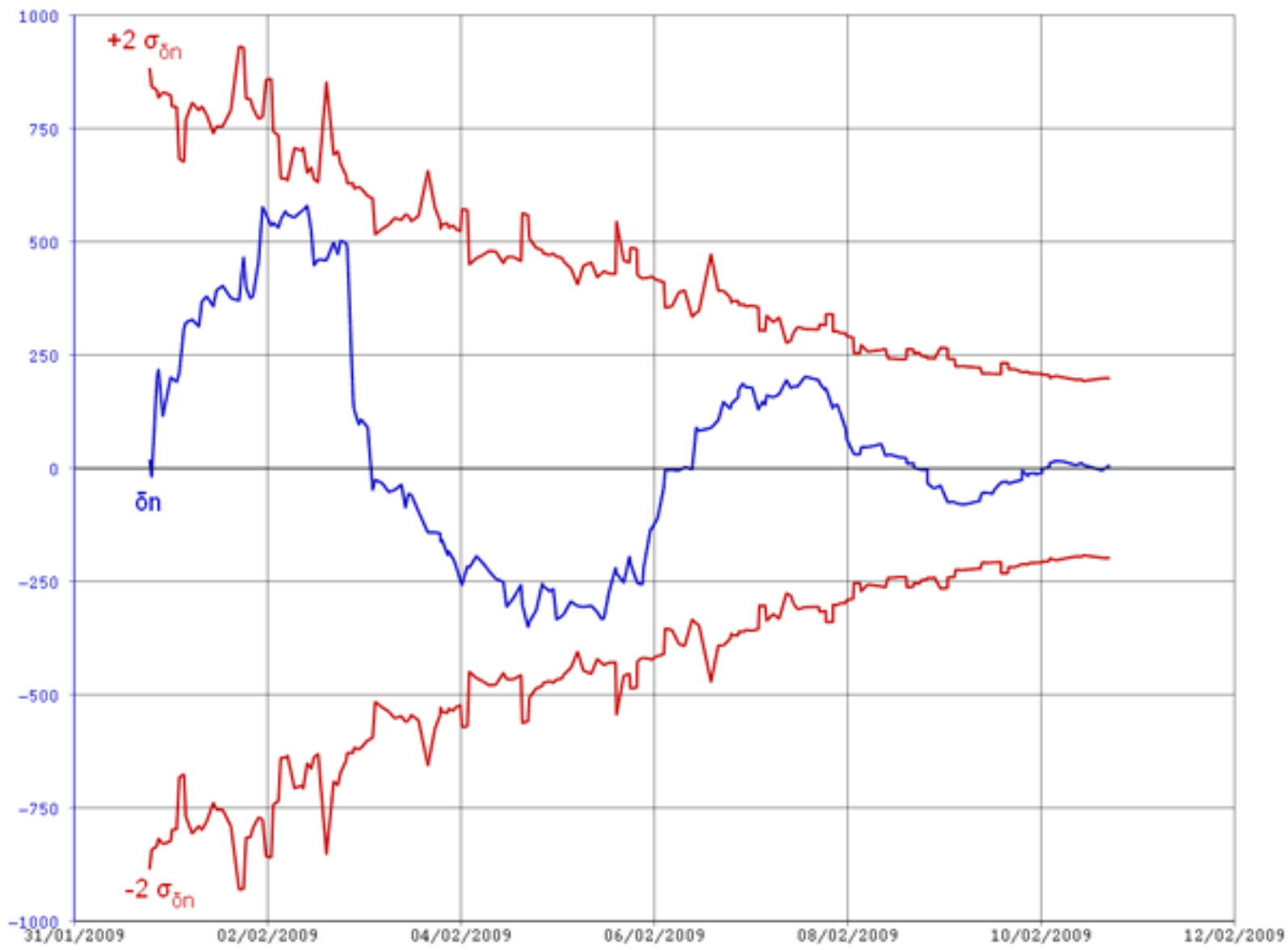


Рис.4 Реальные и расчетные (2σ) ошибки определения относительного положения КА-Космос-2251 и Иридиум-33 в момент их столкновения по δ_n (численный прогноз, поле 8x8)

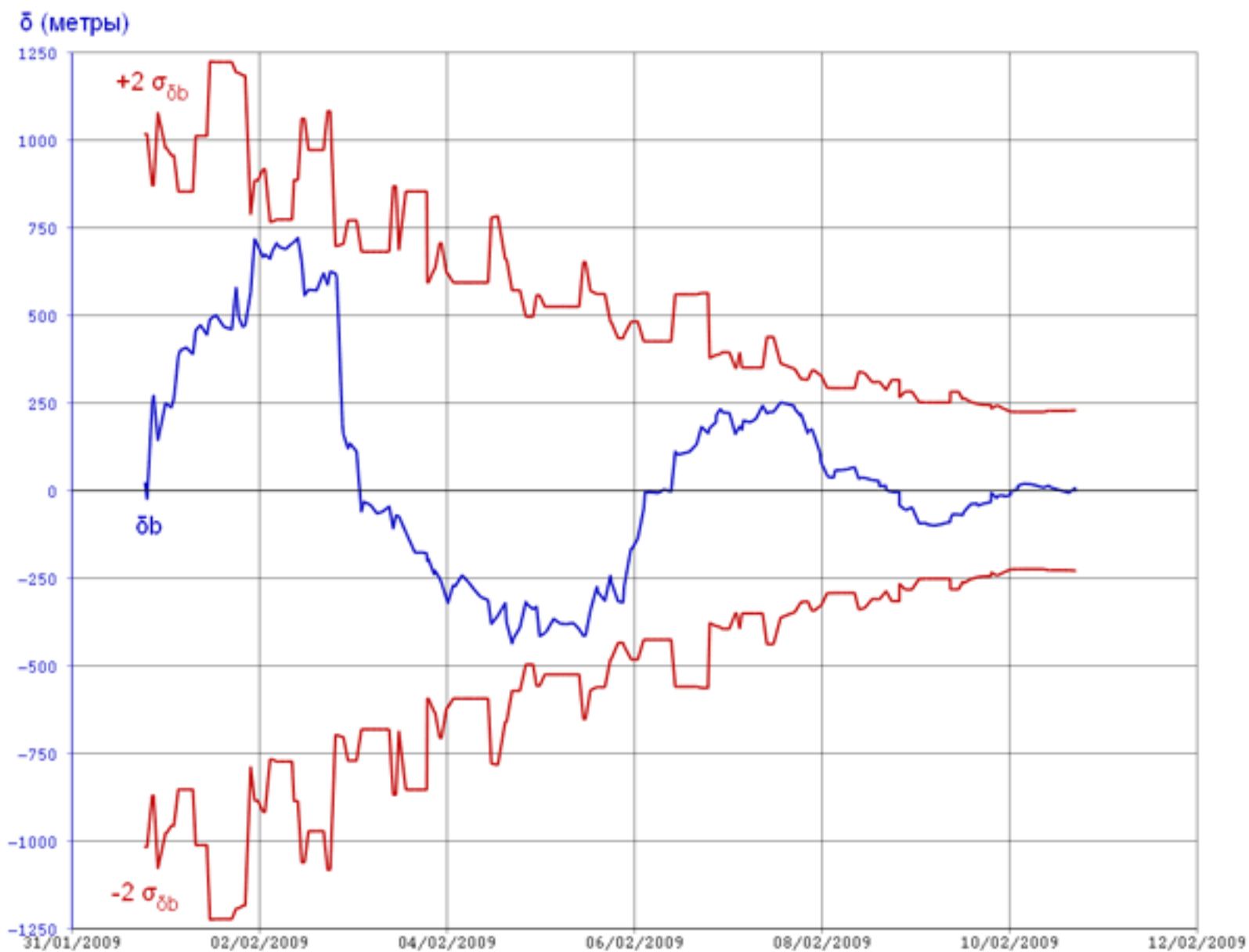


Рис. 5 Реальные и расчетные (2σ) ошибки определения относительного положения КА-Космос-2251 и Иридий-33 в момент их столкновения по δb (численный прогноз, поле 8x8)

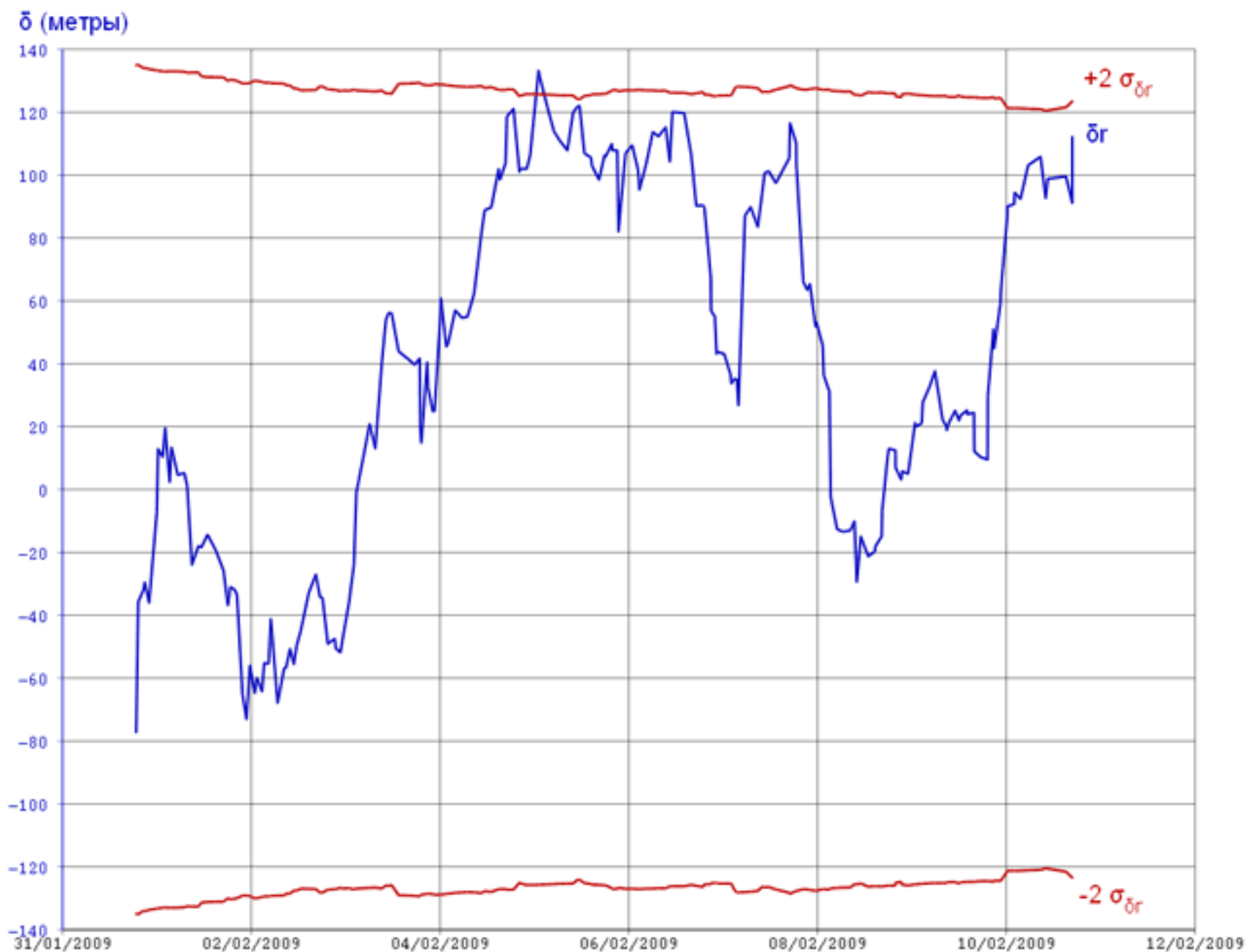


Рис.6 Реальные и расчетные (2σ) ошибки определения относительного положения КА-Космос-2251 и Иридиум-33 в момент их столкновения по δr (численный прогноз, поле 8x8, без адаптации)

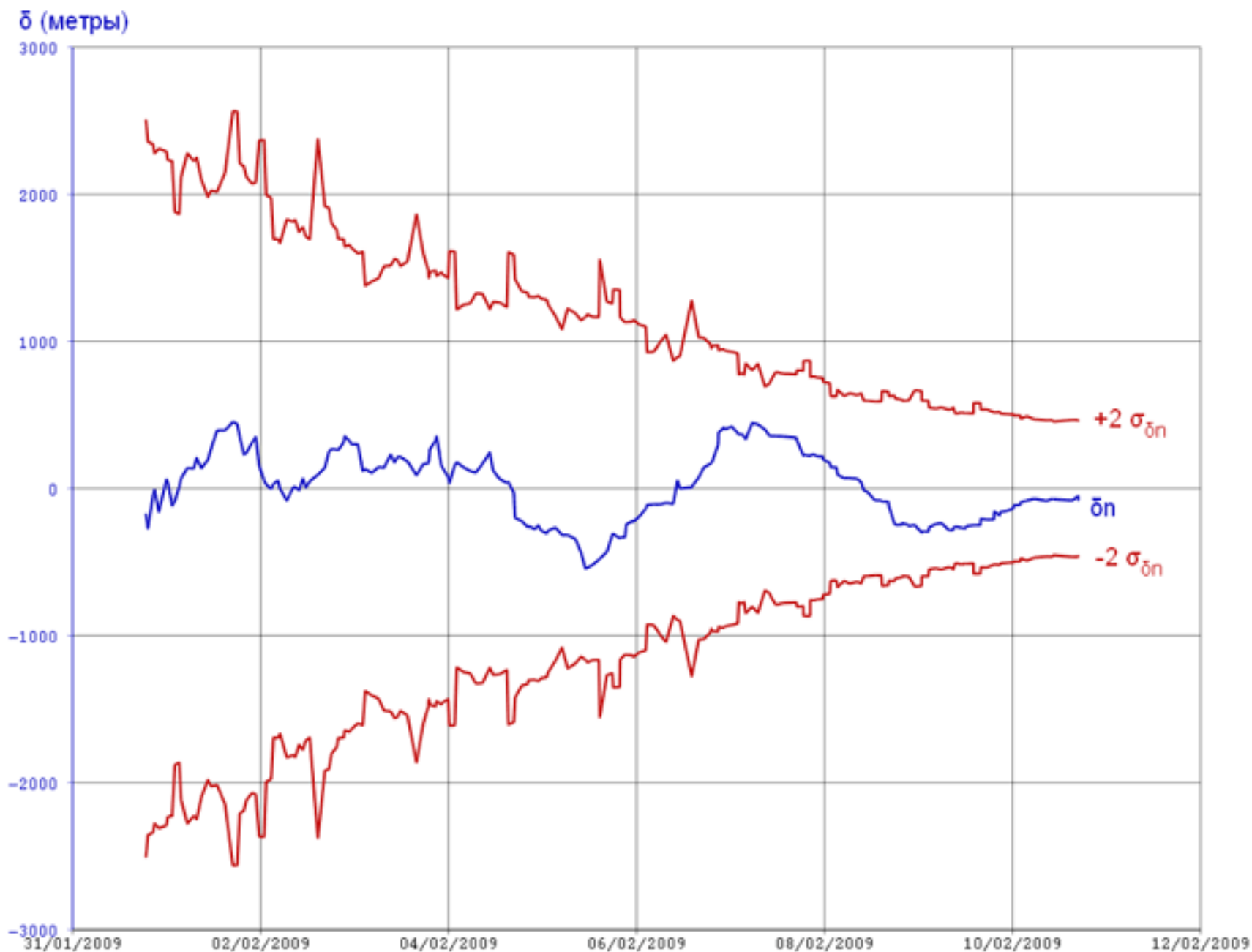


Рис.7 Реальные и расчетные (2σ) ошибки определения относительного положения КА-Космос-2251 и Иридиум-33 в момент их столкновения по δn (численный прогноз, поле 8x8, без адаптации)

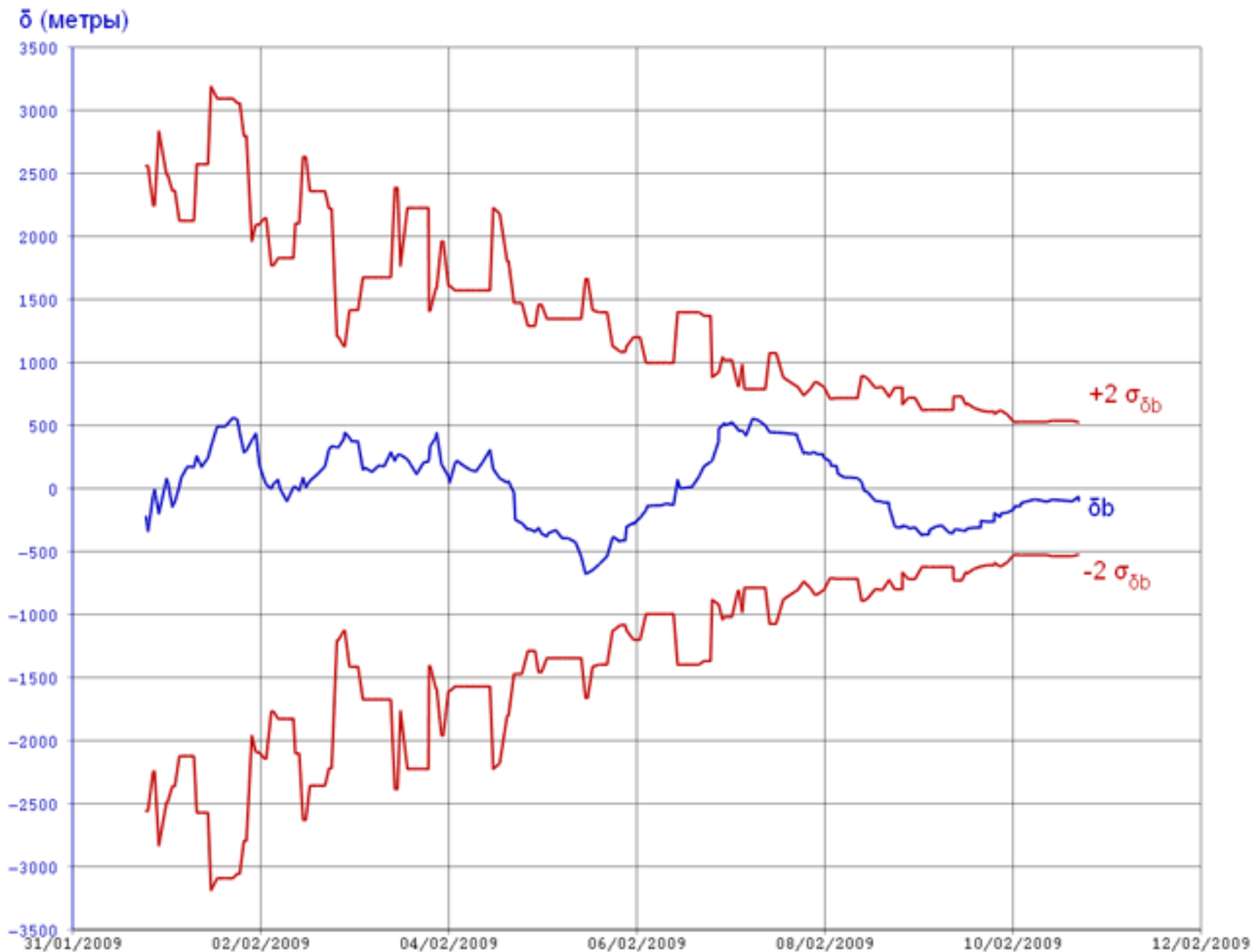


Рис.8 Реальные и расчетные (2σ) ошибки определения относительного положения КА-Космос-2251 и Иридиум-33 в момент их столкновения по δb (численный прогноз, поле 8x8, без адаптации)



Рис.9 Реальные и расчетные (2σ) ошибки определения относительного положения КА-Космос-2251 и Иридиум-33 в момент их столкновения по δ_r (численный прогноз, поле 8x8, без адаптации и робастности)

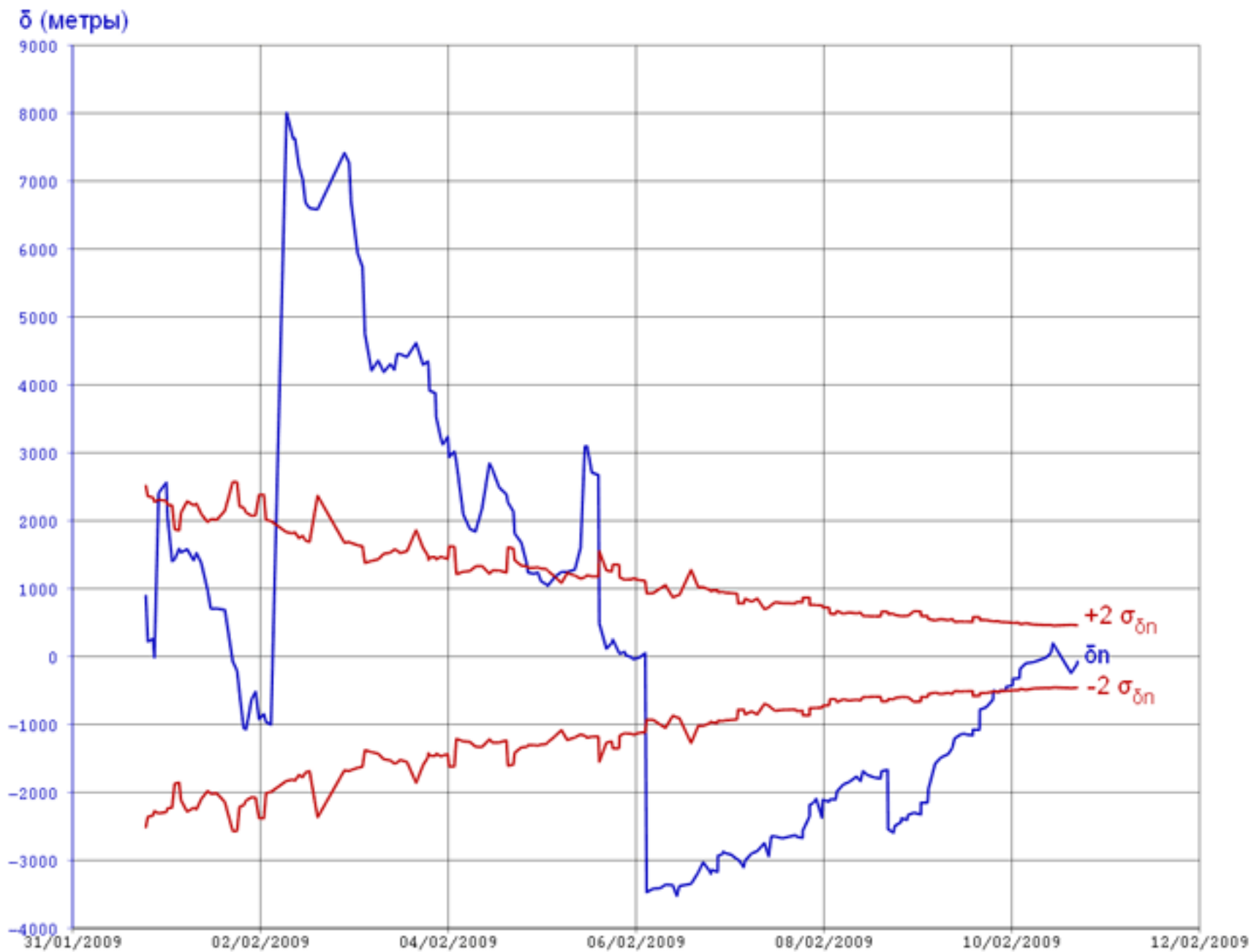


Рис.10 Реальные и расчетные (2σ) ошибки определения относительного положения КА-Космос-2251 и Иридиум-33 в момент их столкновения по δn (численный прогноз, поле 8×8 , без адаптации и робастности)

δ (метры)

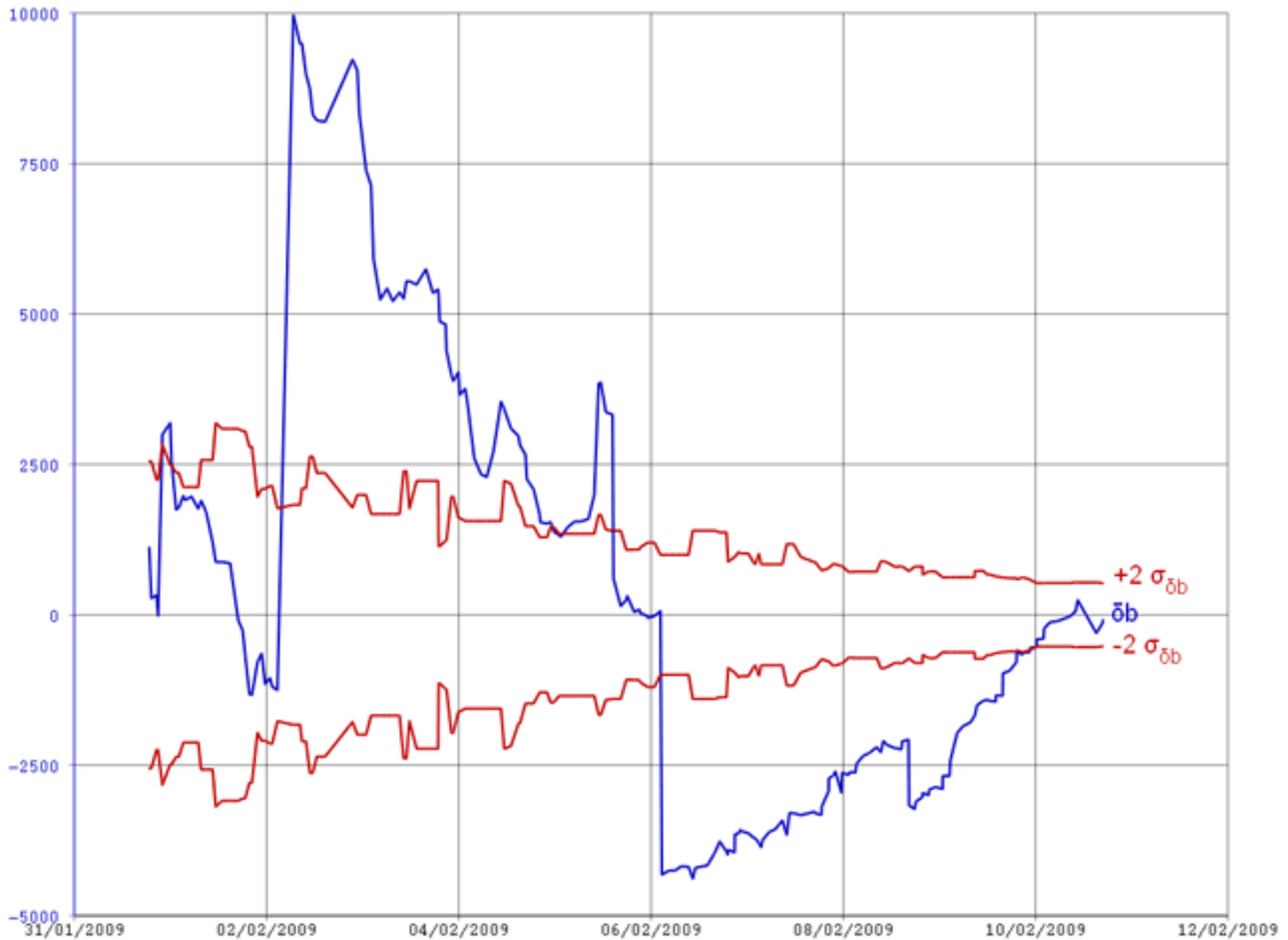


Рис.11 Реальные и расчетные (2σ) ошибки определения относительного положения КА-Космос-2251 и Иридиум-33 в момент их столкновения по δ_b (численный прогноз, поле 8x8, без адаптации и робастности)

На рис. 3-5 по каждому из трёх параметров r , n , b даны вместе реальные ошибки определения относительного положения объектов в момент их столкновения и расчётный диапазон $(-2\sigma, 2\sigma)$ их изменения с вероятностью не менее 0.9. При этом в качестве реальных брались ошибки при определении и прогнозировании орбит с численным прогнозом в поле Земли 8×8 .

Как видно из рис. 3-5, реальные и расчётные значения ошибок определения относительного положения двух КА в момент их столкновения на протяжении всего анализируемого временного интервала $(t_{min}-10, t_{min})$ по всем трём координатам r , n , b находятся в хорошем соответствии между собой. Случаев превышения реальных ошибок уровня "трёх сигм" нет и почти всегда реальные ошибки менее двух сигм. При этом на 10-ти суточном интервале до столкновения ошибки по направлению \mathbf{r} в среднем ≈ 30 м, а по направлениями \mathbf{n} и \mathbf{b} менее 0.5 км.

Далее адаптивная процедура по ошибкам измерений убиралась и все уточнённые орбиты, реальные и расчётные значения ошибок пересчитывались. Реально это означает то, что при расчёте любой уточнённой орбиты и ковариационной матрицы её ошибок по (2) и (9) измерения не корректировались (из них не вычитались полученные в результате адаптации оценки систематических ошибок), а СКО ошибок параметров измерений задавались априорными константами для каждой РЛС (её паспортными значениями).

На рис. 6-8 представлены результаты, аналогичные рис. 3-5. Видно, что как реальные ошибки $\delta r, \delta n, \delta b$, так и их расчётные значения $\sigma_{\delta r}, \sigma_{\delta n}, \sigma_{\delta b}$ увеличились в 2 и более раз. Тем не менее характер соответствия реальных и расчётных значений ошибок остаётся удовлетворительный.

3. Предположим, что при обработке измерительной информации игнорируется не только факт неточности статистического описания неаномальных ошибок измерений, но и факт наличия в них аномальных ошибок. Рассмотрим тот же пример столкновения Космос-2251 и Иридиум-33.

Были убраны не только адаптация по ошибкам измерений, но и робастный подход и все уточнённые орбиты, реальные и расчётные значения ошибок определения относительного положения двух КО на момент столк-

новения снова пересчитывались. Реально это означало то, что дополнительно к вышесказанному в цикле минимизаций при расчёте уточнённой орбиты всегда делалась только одна минимизация, в которой веса измерений ставились в соответствии с априорными СКО неаномальных ошибок, и после этой минимизации никакой селекции аномалий в измерениях не проводилось.

На рис. 9-11 представлены результаты, аналогичные рис. 3-5. Видно, что в предположении полного соответствия (с вероятностью 1) ошибок измерений априорным паспортным значениям реальные ошибки δr , δn , δb увеличиваются до 10 раз (!) и регулярно возникают несоответствия этих ошибок их расчётным значениям $\sigma_{\delta r}$, $\sigma_{\delta n}$, $\sigma_{\delta b}$, достигающие 8σ .

Таким образом, можно подвести такой итог. Методы, используемые в ЦККП при обработке измерений в интересах поддержания каталога адекватны характеристикам реальной измерительной информации. Они показали высокую эффективность на практике. Игнорирование особенностей измерений российских радаров приводит не только к резкому снижению эффективности решения всех практических задач, но и к полной невозможности решения некоторых из них.

Литература

1. З.Н. Хуторовский, В.Ф. Бойков, Л.Н. Пылаев, Контроль космических объектов на низких высотах, *Околосемная астрономия (космический мусор)*, Российская Академия Наук, Институт астрономии, Москва, 1998, стр. 34-101.
2. Z.N. Khutorovsky, V.F. Boikov, L.N. Pylaev, "Catalog Maintenance of Low-Earth-Orbit Satellites: Principles of the Algorithm", *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 22, No. 6, 1999, pp. 745-758.
3. Z.N. Khutorovsky, "Robust and Adaptive Techniques Used for Maintenance of the Catalog of LEO Satellites", *Proc. of the Fifth US/Russian Space Surveillance Workshop*, Sankt-Petersburg, 24-27 Sept. 2003.
4. A.Samotokhin, Z.Khutorovsky, S.Kamensky, T.Alfriend, Detection of Unknown LEO Satellites Using Radar Measurements, *Proc. of the 2009*

Advanced Maui Optical and Space Surveillance Technologies Conference, Sept. 1-4, USA, Maui, Hawaii, 2009

5. V.F. Boikov, G.N. Makhonin, A.V. Testov et al., Prediction Procedures Used in Satellite Catalog Maintenance, *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol.32, No. 4, 2009.

6. V.Boikov, A.Testov, Z.Khutorovsky, Near-Geostationary Orbit Model Used in Satellite Catalog Maintenance, *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 25, No. 1, 2002, pp. 67-73.

7. В.А. Степаньянц, Д.В. Львов, "Эффективный алгоритм решения систем дифференциальных уравнений движения", *Математическое моделирование*, том 12, вып.6, 2000.